

İZMİR KÂTİP ÇELEBİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ÜÇ BOYUTLU YERSEL AĞLARIN ROBUSTLUK
ANALİZİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Muhammed Ali AYTEMÜR

ORCID NO: 0000-0002-2819-5706

HARİTA MÜHENDİSLİĞİ

ANA BİLİM DALI

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Mevlüt YETKİN

Ekim 2020

**İZMİR KATİP ÇELEBİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**ÜÇ BOYUTLU YERSEL AĞLARIN ROBUSTLUK
ANALİZİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**Muhammed Ali AYTEMÜR
(Y180228015)**

HARİTA MÜHENDİSLİĞİ ANA BİLİM DALI

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Mevlüt YETKİN

Ekim 2020

İKÇÜ, Fen Bilimleri Enstitüsünün Y180228015 numaralı Yüksek Lisans Öğrencisi Muhammed Ali AYTEMÜR, ilgili yönetmeliklerin belirlediği gerekli tüm şartları yerine getirdikten sonra hazırladığı “ÜÇ BOYUTLU YERSEL AĞLARIN ROBUSTLUK ANALİZİ” başlıklı tezini aşağıda imzaları olan jüri önünde başarı ile sunmuştur.

Tez Danışmanı :

Prof. Dr. Mevlüt YETKİN
İzmir Kâtip Çelebi Üniversitesi

Jüri Üyeleri :

Prof. Dr. Cemal Özer YIĞIT
Gebze Teknik Üniversitesi

Doç. Dr. Zeynel Abidin POLAT
İzmir Kâtip Çelebi Üniversitesi

Savunma Tarihi: 08.09.2020

Aileme

ÖNSÖZ

Tez çalışmam süresince bana her türlü desteği veren danışmanım Prof. Dr. Mevlüt YETKİN'e, Öğr. Gör. Ömer BİLGİNER ve Cuma AYTEMÜR'e, eserlerinden yararlandığım değerli bilim insanlarına teşekkür ederim.

Ekim 2020

Muhammed Ali AYTEMÜR

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖNSÖZ.....	v
İÇİNDEKİLER.....	vi
TABLO LİSTESİ.....	viii
ŞEKİL LİSTESİ.....	x
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	xi
ÖZET.....	xiii
ABSTRACT.....	xiv
1. GİRİŞ.....	1
2. HATA TÜRLERİ.....	6
2.1 Doğruluk ve Hassasiyet.....	8
2.2 Rastgele Hatalar.....	10
2.3 Sistematik Hatalar.....	11
2.4 Kaba Hatalar.....	12
3. EN KÜÇÜK KARELER YÖNTEMİ.....	14
4. JEODEZİK AĞ DATUMUNUN BELİRLENMESİ.....	16
5. SERBEST AĞ DENGELEMESİ.....	19
5.1 Zorlamasız Dengeleme.....	22
5.2 Tüm İz Minimum Dengelemesi.....	23
5.3 Kısmi İz Minimum Dengelemesi.....	23
6. UYUŞUMSUZ ÖLÇÜ KAVRAMI.....	24
6.1 Test Yöntemleri.....	25
6.1.1 POPE yöntemi.....	25
6.1.2 BAARDA test yöntemleri.....	26
6.2 Robust Kestirim Yöntemleri.....	27
6.2.1 Robust M-kestirim yöntemi.....	28
6.2.2 L ₁ Norm yöntemi.....	33
6.2.3 BIBER kestirici.....	33
7. GLOBAL TEST (GOODNESS OF FIT, χ^2) VE DATA SNOOPING.....	35
8. ÜÇ BOYUTLU AĞ DENGELEMESİ.....	38
8.1 Yersel Ölçümler İle Ağ Dengelemesi.....	38
8.1.1 Yatay doğrultuların düzeltme denklemleri.....	40
8.1.2 Düşey açılarının düzeltme denklemleri.....	41

8.1.3	Eşik uzunlukların düzeltme denklemleri	43
9.	GÜVENİRLİK ANALİZİ	45
9.1	Jeodezik Ağların Güvenirliği	46
9.2	Redundans Sayıları.....	47
9.3	İç Güvenirlik	49
9.4	Dış Güvenirlik	50
10.	ROBUSTLUK ANALİZİ	51
10.1	Robustluk Analizinin Ana Hatları.....	51
10.2	1-B Ağların Robustluk Analizi.....	53
10.3	2-B Ağların Robustluk Analizi.....	55
10.4	3-B Ağların Robustluk Analizi.....	57
10.5	Ötelemelerin Hesaplanması.....	62
10.6	3-B Ağlarda Başlangıç Koşullarının Hesaplanması	63
10.7	3-B Ağların Eşik Değerleri ve Robustluğu	64
11.	SAYISAL UYGULAMA	66
11.1	Yersel 3-B Yersel Ağın Robustluk Analizi.....	66
11.1.1	Robustluk ölçütlerinin hesaplanması	66
11.1.2	Ötelemelerin hesaplanması	75
11.2	Geometrik Nivelman Tekniği ile Ölçülen 1-B Yükseklik Ağlarının Robustluk Analizi.....	79
11.2.1	Uygulama 1	79
11.2.2	Uygulama 2	81
11.2.3	Uygulama 3	83
12.	SONUÇLAR	87
	REFERANSLAR	94
	EKLER	97
	EK A 3-B Yersel Jeodezik Ağın MATLAB Programında Robustluk Analizi	97
Ek.A.1	İç güvenirlik vektörünün hesaplanması	97
Ek.A.2	Dış güvenirlik vektörlerinin hesaplanması	98
Ek.A.3	3-B yersel jeodezik ağda gerilme matrisinin kestirimi	99
Ek.A.4	Robustluk ölçütleri.....	99
Ek.A.5	Üç boyutlu ağlar için başlangıç koşullarının belirlenmesi ve ötelemelerin hesaplanması.....	102
ÖZGEÇMİŞ	105

TABLO LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
Tablo 4.1 Yersel jeodezik ağların datum parametreleri [28].....	17
Tablo 4.2 Jeodezik ağların datum bileşenleri [28]	18
Tablo 5.1 Jeodezik ağlarda yapılan ölçümler	21
Tablo 5.2 Datum parametre kestirimi [28]	22
Tablo 6.1 Yaygın olarak kullanılan M-Kestirim yöntemleri [25].....	32
Tablo 11.1 Eğik Uzunlukların Standart sapmaları (cm)[28].....	67
Tablo 11.2 A katsayılar matrisi elemanları [28]	67
Tablo 11.2 A katsayılar matrisi elemanları [28].....	68
Tablo 11.3. Tüm ölçülerin redundans sayıları	68
Tablo 11.4 İç güvenilirlik ölçütleri (cm)	69
Tablo 11.5 1. noktada 1. eğik uzunluk ölçüsünün dış güvenilirlik vektörü (cm)	69
Tablo 11.6 Birinci noktada birinci eğik uzunluk ölçüsünün gerilme matrisi (Euvw1_1)	70
Tablo 11.7 1. noktada 1. eğik uzunluk ölçütlerinin 13 x 1'lik (ROBUSRNESS1_1) vektör değeri (ppm).....	70
Tablo 11.8 1. nokta için hesaplanan (Roblarbir matrisi) robustluk ölçütleri (ppm).....	71
Tablo 11.8(devam). 1. nokta için hesaplanan (Roblarbir matrisi) robustluk ölçütleri (ppm).....	72
Tablo 11.9 2. nokta için hesaplanan (Roblariki matrisi) robustluk ölçütleri (ppm).....	73
Tablo 11.9(devam). 2. nokta için hesaplanan (Roblariki matrisi) robustluk ölçütleri (ppm).....	74
Tablo 11.10 1. ve 2. noktada robustluklarının maksimum değerleri (ppm).....	75
Tablo 11.11 1. eğik uzunluk ölçüsünün (XYZ10mesafe) başlangıç koşulları (m).....	75
Tablo 11.12 Jeodezik ağdaki dört noktanın 1. eğik uzunluk ölçüsünün mutlak öteleme vektörü (uvw1mesafe) (ppm)	76
Tablo 11.13 Birinci eğik uzunluk ölçüsünün noktalardaki ötelemesi (otelemE1mesafe vektörü) (ppm)	76
Tablo 11.14 Tüm ölçülerin ağdaki noktalardaki öteleme değerleri (ppm)	77
Tablo 11.15 Nokta ötelemeleri ve eşik değerler (cm)	78
Tablo 11.16 Nivelman ağında yükseklik farkları ve ölçülerin standart sapmaları [26].....	79
Tablo 11.17. Noktaların yaklaşık yükseklikleri [26]	79
Tablo 11.18 Ölçülerin kısmi redundans sayıları	80
Tablo 11.19 Ölçülerin iç güvenilirlik ölçütleri (m)	80
Tablo 11.20 Ölçülerdeki dış güvenilirlik ölçütleri (m)	81
Tablo 11.21 Noktalar için dilatasyon değerleri (ppm)	81
Tablo 11.22 Ağ'a ait standart sapmalar, belirlenenilir minimum kaba hatalar ve kontrol edilebilirlik değerleri [42]	82
Tablo 11.23 Dış güvenilirlik ölçütleri [42]	82
Tablo 11.24 Nivelman ağı robustluk analizi (dilatasyon) sonuçları (ppm).....	83
Tablo 11.25 Nokta yükseklikleri [28]	84
Tablo 11.26 Düşey açı ölçüleri ve ölçülerin standart sapmaları [28]	84
Tablo 11.27 A katsayılar matrisi ve P ağırlık matrisi [28]	84
Tablo 11.28 Kısmi redundans sayıları ve iç güvenilirlik ölçütleri	85

Tablo 11.29 Dış güvenilirlik ölçütleri	85
Tablo 11.30 Trigonometrik nivelman ağı dilatasyon değerleri (ppm)	86
Tablo 11.31 Trigonometrik nivelman ağı öteleme değerleri (cm)	86
Tablo A.1 1. noktada doğrultu, mesafe ve düşey açı ölçülerinin dış güvenilirlik değerleri.....	97

ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
Şekil 2.1 Doğruluk ve hassasiyet kavramlarının karşılaştırılması [26]	9
Şekil 7.1 Hipotez sınır bölgeleri [26]	37
Şekil 8.1 Üç boyutlu yersel ölçüm uzayı [28]	39
Şekil 8.2 Yatay doğrultu ölçüleri [28]	40
Şekil 8.3 Düşey açı ölçülendirmesi [28]	41
Şekil 8.4 Işın kırılması [28]	42
Şekil 11.1 Yersel ölçümler ile kurulmuş jeodezik ağ [28]	66
Şekil 11.2 Nivelman ağı [26]	79
Şekil 11.3 Geometrik nivelman ağı (m) [42]	82
Şekil 11.4 Trigonometrik nivelman yöntemi ile oluşturulmuş yükseklik ağı [28]	84

SİMGELER VE KISALTMALAR

SİMGELER

Latin alfabesi

- A** : tasarım matrisi
 c_i : i. elemanı bir, diğer elemanları sıfır olan vektör
 d_i : öteleme
 d_{ij} : bağlı öteleme
 e : gerilme
E : gerilme matrisi
I : birim matris
 I_1, I_2, I_3 : değişmezler
 Δ_i : maksimum belirlenemeyen hata
P : ağırlık matrisi
 p_{ii} : ağırlık matrisinin i. köşegen elemanı
Q : ters ağırlık matrisi
 Q_v : düzeltmelerin kofaktör matrisi
R : redundans matrisi
 r_i : i. ölçünün redundans sayısı
 \bar{r}_i : i. ölçünün güvenilirlik sayısı
 $\bar{\bar{r}}_i$: i. ölçünün normalleştirilmiş güvenilirlik sayısı
 u : x yönündeki öteleme
 v : y yönündeki öteleme
 w : z yönündeki öteleme
 Δx : dış güvenilirlik
 X_0, Y_0, Z_0 : başlangıç koşulları
 X_i, Y_i, Z_i : koordinatlar

Yunan alfabesi

- α : 1. Tip hata olasılığı
 β : 2. Tip hata olasılığı
 ϵ : serbestlik derecesi
 γ : toplam kesme
 Γ : 3 boyutlu ağlarda toplam kesme değişmezi
 δ_i : i. noktanın eşik değeri
 δ_{rij} : i. ve j. noktalar arası yer değiştirme
 $\sqrt{\lambda_0}$: dış merkezlik parametresi
 σ : dilatasyon
 Σ : 3 boyutlu ağlarda dilatasyon değişmezi
 σ_a : elipsin büyük yarı eksen
 σ_b : elipsin küçük yarı eksen
 σ_{li} : i. ölçünün öncül standart sapması
 σ_{xi}^2 : X koordinat varyansı
 σ_{yi}^2 : Y koordinat varyansı

σ_{xyi}^2 : X ve Y koordinatları kovaryansı
 σ_{li} : i . ölçünün standart sapması
 μ : maksimum kesme gerilmesi
 $\bar{\rho}_i$: i . ölçünün çoklu korelasyon katsayısı
 τ : saf kesme
 v : basit kesme
 ω : diferensiyel kesme
 Ω : 3 boyutlu ağlarda diferensiyel dönme değişmezi

KISALTMALAR

BIBER : Bounded Influence By standardized Residuals
B : Boyut
cm : santimetre
EKKY : En Küçük Kareler Yöntemi
EUÖ : Elektronik Uzunluk Ölçer
GNSS : Global Navigation Satellite System
GPS : Global Positioning System
LMS : Least Median Squares
LSE : Least Squares Estimation
LTS : Least Trimmed Squares
m : metre
MBH : Maksimum Belirlenemeyen Hatalar
ppm : milyonda bir

ÜÇ BOYUTLU YERSEL AĞLARIN ROBUSTLUK ANALİZİ

ÖZET

Jeodezinin en önemli amaçlarından birisi belirli bir koordinat sisteminde nokta koordinatları üretmektir. Bu amaçla jeodezik ağlar klasik ölçümler veya GNSS ölçümleri ile ölçülerek kurulmaktadır. Jeodezik ağlardan üretilen koordinatlar harita yapımı, mühendislik alanları, askeri uygulamalar, yer kabuğu hareketleri ve deformasyon takibi gibi birçok alanda kullanılmaktadır. Jeodezik bir ağın kurulumunda ölçülerdeki olası bir sistematik ve kaba hatanın (uyuşumsuz ölçü) yapılmış olması ağ sonuçlarını olumsuz bir şekilde etkilemektedir. Ağın dengelemesi en küçük kareler yöntemi (EKKY) ile yapılarak bu hatalardan arındırılmaya çalışılarak nokta koordinatları üretilir. EKKY uyuşumsuz ölçüleri belirleyip elimine etmekte yetersiz kalmaktadır.

Baardanın uyuşumsuz ölçü belirleme tekniği olan global test ve data snooping testleri ile ölçü kümesindeki her ölçü için tek tek uyuşumsuz ölçü testi yapılarak hatalı ölçüler elimine edilmektedir. Fakat ağda çoğu zaman birden çok uyuşumsuz ölçü olabilir. Bu yüzden çoklu uyuşumsuz ölçüler için güvenilirlik ölçütleri kullanılmalıdır. Güvenirlik ile her ölçünün kısmi redundans sayısı belirlenerek maksimum belirlenemeyen hata değerleri olan iç güvenilirlik ölçütleri hesaplanır. Bunların ağ sonuçları üzerindeki etkisi dış güvenilirlik ile ortaya konabilir. Ayrıca güvenilirlik analizinde uygun istatistiksel hata olasılıkları seçilmelidir. Seçilen hata olasılık değerleri maksimum belirlenemeyen hata (MBH) değerlerini ve robustluk analizi sonuçlarını doğrudan etkilemektedir.

MBH'ların ağ noktalarındaki etkilerini belirleyen robustluk analizi yapılmalıdır. Robustluk analiz yöntemiyle sayısal olarak noktasal bazda ötelemeler, robustluk ölçütleri ve gerilme değişmezleri hesaplanmaktadır. Bu çalışmada güvenilirlik analizi ve robustluk analizi teknikleri yersel ölçüm teknikleri ile kurulmuş olan üç boyutlu jeodezik bir ağda uygulanmıştır. Ayrıca geometrik ve trigonometrik yükseklik belirleme yöntemleriyle ölçülen 1-Boyutlu (B) jeodezik ağların robustluk analizi yapılmıştır. Geometrik nivelman ağının robustluk analizi hem tekli hem de çoklu uyuşumsuz ölçüler için güvenilirlik ölçütleri dikkate alınarak hesaplanmıştır.

Anahtar Kelimeler: 3-B jeodezik ağ, yükseklik ağları, yersel ölçümler, uyuşumsuz ölçü, hatalar, güvenilirlik, robustluk analizi

ROBUSTLESS ANALYSIS OF THREE-DIMENSIONAL TERRESTRIAL NETWORKS

ABSTRACT

One of the most important goals of geodesy is to generate point coordinates in a specific coordinate system. For this purpose, geodetic networks are established by measuring using classical measurements or GNSS measurements. Coordinates produced from geodetic networks are used in many areas such as mapping, engineering fields, military applications, earth crust movements and deformation monitoring. In the establishment of a geodetic network, a possible systematic and gross error (outlying measurement) in the observations affects the network results negatively. Point coordinates are estimated by adjusting the network using the Least Squares Method (LSM) and trying to eliminate these errors. The LSM is insufficient to identify and eliminate outlying observations.

The global test and data snooping test, which are the outlier diagnosis techniques developed by Baarda, are performed one by one for each measurement in the measurement set and erroneous measurements are eliminated. However, there can often be more than one outlier in the network. Therefore, reliability criteria should be used for multiple outliers. The redundancy numbers of observations are determined by reliability analysis, then internal reliability criteria, which are the Maximum Undetectable Error (MUE) values, are calculated. Their effects on network results can be demonstrated by external reliability. In addition, the appropriate statistical error probabilities should be selected for reliability analysis. The selected error probability values of the statistical testing directly affect the MUE values and the robustness analysis results.

Robustness analysis that determines the effects of MUE on the network points should be done. With the Robustness analysis method, the displacements, robustness primitives and strain invariants are calculated numerically. In this study, the reliability analysis and robustness analysis techniques were applied in a three-dimensional geodetic network established with terrestrial measurement techniques. In addition, robustness analysis of 1-D geodetic networks measured with geometric and trigonometric height determination methods was performed. Robustness analysis of the geometric leveling network was calculated by taking into account the reliability criteria for both single and multiple outliers.

Keywords: 3-D geodetic network, levelling networks, terrestrial measurements, outlier, errors, reliability, robustness analysis

1. GİRİŞ

Bu bölümde günümüzde bir çok alanda kullanılan jeodezik ağların hata analizi, hataların giderilmesi ve bu hatalar hakkında genel bilgiler verilmiştir. Tez çalışması kapsamında hassas ve doğru nokta koordinat bilgilerinin elde edilmesinde karşılaşılabilecek problemler açıklanmaya çalışılmıştır. Konuyla ilgili literatür çalışmaları taranmıştır. Tez çalışmasının robustluk analizine olan katkıları ve tezin genel hatları üzerinde durulmuştur.

Haritacılık günümüzde bir çok alanda kullanılmaktadır. Haritacılık başlıca mühendislik yapıları, askeri amaçlı ve kamusal alanlar olmak üzere pek çok alanda kullanılmaktadır. Haritacılıkta kullanılan uygulama yöntemleri teknolojik gelişmelerle birlikte üretilen haritaların doğruluğu tarih boyunca artmıştır. Bu artışın en önemli payı kullanılan aletlerde hassasiyetin ve doğruluğun artırılmasıdır.

Bilindiği üzere harita üretiminde en önemli parametrelerden birisi yatay/ düşey kontrol noktalarından oluşan jeodezik ağların oluşturulmasıdır. Bu ağlar dünyanın ve ülkemizin her yerinde ulaşım, mühendislik sanat yapıları, askeri uygulamalar kısacası konum ile ilgili her alanda kullanılmaktadır. Teknolojik gelişmelerle klasik trilaterasyon veya nivelman teknikleri ile oluşturulan ağlar yerini, yer yer GNSS tekniklerine bırakmıştır.

Konum belirlemek için kullanılan jeodezik ağlar kullanım alanları bakımından lokal, bölgesel, ülke veya küresel ölçekte olabilir. Jeodezik ağlar yersel ölçümlerle yapılan klasik ağlar ve GPS ağları olarak iki farklı şekilde kurulur. Jeodezik ağlar kullanılacakları alana göre 1-B, 2-B ve 3-B ağlar olarak sınıflandırılmaktadır.

Mühendislik ve deformasyon izleme gibi çeşitli alanlarda kullanılan hassas jeodezik ağlar yersel ölçüm teknikleri ile kurulmaktadır. Bu alanlarda kurulan jeodezik ağlardaki asıl amaç ağın kaliteli yani doğruluğunun ve hassaslığının yüksek olmasını sağlamaktır. Ayrıca kurulacak jeodezik ağın duyarlılık, güvenilirlik, hassasiyet ve maliyet gibi optimizasyon kriterlerini sağlaması gerekmektedir. Böylece arazide

gereksiz ölçü yapılmadan zaman ve maliyetten tasarruf sağlanacak ağlar oluşturulmalıdır.

Jeodezik ağlarda gerekli olan ölçümlerin yapılması kadar bunların değerlendirilmeside çok önemlidir. Ölçümde kullanılan alet, ölçümü yapan kişi ve ölçüm sırasındaki doğal ortamdan kaynaklanan hataların oluşmaması mümkündür. Doğal hatalar ölçüm sırasında rüzgar, nem, sıcaklık, atmosferik basınç ve atmosferik refraksiyon gibi kaynağını doğadan alan hatalardır. Aletsel hatalar ölçümde kullanılan alettiki yapısal ve dengesiz kusurlardan kaynaklanan hatalardır. Kişisel hatalar ise ölçümü yapan kişinin duyu sınırlarından ve dikkatsizliği sonucu oluşan hatalardır. Bu yüzden jeodezik bir ağ nasıl kurulmuş olursa olsun ölçüleri etkileyen aletsel, kişisel ve doğal faktörlerden dolayı ölçülerde rastgele hatalar, sistematik hatalar ve kaba hatalar (uyuşumsuz ölçüler) oluşmaktadır. Bu sebepten dolayı üretilen haritanın güvenilirliği tam ve doğru bir hata analizi ile sağlanabilir.

Çeşitli aletsel hatalar veya çevresel faktörler nedeniyle oluşabilen, ölçüleri aynı büyüklük ve aynı işaretle aynı yönde etkileyen kümülatif hatalara sistematik hatalar denilmektedir. Sistematik hatalar belirli fizik kurallarına göre oluştukları için tahmin edilebilirler. Biaslar olarak bilinen bu hata türü uygun ölçü prosedürleri uygulanırsa elimine edilebilir ve hatta yok edilebilir. Sistematik hatalarda çevre ve alet değişmediği sürece hata sabit kalmaktadır. Aksitaktirde sistematik hataların büyüklükleri de değişmektedir [23]. Ölçüm süresince dikkatsizlik sonucu yapılan büyük miktarlı hatalar kaba hata (uyuşumsuz ölçü) olarak tanımlanır. Ölçüm sırasında uygun ölçü prosedürleri izlenerek tekrarlı yapılan ölçümlerle kaba hatalar minimize edilebilir. Sistematik ve kaba hatalar ölçüm süresince minimize edilmelidir. Çünkü ölçüm sonrası nokta koordinatları en küçük karalar yöntemi (EKKY) ile hesaplandığı için hataları yayma etkisi yapmaktadır. EKKY'de hatalar tüm ölçülere dağıtıldığından dolayı uyşumsuz ölçü belirleme yöntemlerinin başarısını azatılmaktadır. Fakat dengeleme sonucu üretilen koordinatlar istatistiksel olarak analiz edilerek ölçülerdeki kaba hatalar ortaya çıkarılabilir. Hatalar belirlenip düzeltildikten sonra presizyon deyimli küçük sapmalar meydana gelir. Bu küçük sapmalara sebep olan ölçülerde varlığını hala devam ettiren rastgele hatalardır. Rastgele hatalardan kaçış olmadığı gibi çözümde yoktur [24].

EKKY ile dengelenmiş ölçülerde uyuşumsuz ölçü varsa dengeleme sonuçlarında önemli derecede bozulmalar olabilir. Bu yüzden uyuşumsuz ölçüler belirlenerek ölçü kümesinden çıkarılıp kesin sonuçlar için tekrar dengeleme yapılmalıdır. Uyuşumsuz ölçüleri belirlemek için günümüzde iki yaklaşım kullanılır. Bunlar uyuşumsuz ölçü testleri ve robust yöntemlerdir. Uyuşumsuz ölçü test yöntemleri; jeodezik ağlar için Baarda yöntemi, Pope testi ve t testi yaygın olarak kullanılır. Baarda yöntemi global test ve data snooping tekniklerinden oluşmaktadır. Ayrıca jeodezik ağların güvenilirlik analizi için de Baarda'nın bu test yöntemleri kullanılmaktadır. Diğer bir uyuşumsuz ölçü belirleme yöntemi olan robust yöntemler ile uyuşumsuz ölçülerden etkilenmeyen parametre kestirimi yapılmaktadır. Ayrıca robust kestirimler yapılırken otomatik olarak uyuşumsuz ölçüler belirlenmektedir. Jeodezide en yaygın olarak kullanılan robust kestirim yöntemleri; Huber, Hampel, Andrews ve Ramsay gibi M-kestirim yöntemleri, Danimarka yöntemi, L_1 norm yöntemi ve Least Median Squares (LMS)'dir. Kaldıraç noktalarına karşı M-kestirim yöntemi ve Bounded Influence By standardized Residuals (BIBER) kestirim yöntemleridir [24].

Jeodezik ağların kalitesi duyarlık, güvenilirlik ve robustluk analizi ile ölçülmektedir. Duyarlık analizi rastgele hataların dağılımı ile ilgilidir. Güvenirlik ise Baarda tarafından ileri sürülen bir kavramdır. Kaba hatalı ölçüler EKKY ile dengeleme yapıldığında sonuçlarda bozulmalar olduğu için ölçülerin Baarda testi ile belirlenerek uyuşumsuz ölçünün ölçü kümesinden çıkarılıp ağın yeniden dengelenmesi gerekmektedir. Fakat Baarda testi her zaman başarılı olmayabilir. Bu da ya redundans sayısı küçük olan ölçülerde kaba hatanın yapılmış olmasını ya da test kaba hatayı ortaya çıkaramıyordur. Yani testin gücü kaba hatayı belirlemek için yetersiz kalabilir. Bu yüzden güvenilirlik analiziyle maksimum belirlenemeyen hatalar (MBH)'ın değerleri her ölçü için ayrı ayrı elde edilir [25].

Jeodezik ağlarda MBH için genellikle iç güvenilirlik ve dış güvenilirlik ayrımı yapılır. İç güvenilirlik her bir ölçü için MBH değerini ifade eder. Bu değer ölçünün kısmi redundans sayısı ile standart sapmanın ve hipotez testlerindeki 1. ve 2. Tip hata olasılıklarının bir sonucudur. Güvenirlik analizinde istatistiksel test yaparken uygun tip hata olasılıkları seçilmelidir. İyi bir ölçünün kaba hatalı olarak belirlenme olasılığı α ile gösterilirken, uyuşumsuz bir ölçünün iyi bir ölçü olarak değerlendirilmesi olasılığı ise β ile gösterilir.

Dış güvenilirlik MBH parametre kestirimi sonuçlarının üzerindeki maksimum etki ile ilgilidir. Yani bilirlenemeyen kaba hataların sonuçlar üzerindeki etkisini incelemektedir. Baarda'nın güvenilirlik analizi datuma bağlı olması dezavantaj oluşturduğu için noktasal bazda analiz yapabilmek için robustluk kavramı çıkarılmıştır. Baarda'nın data snooping yöntemi ile ortaya çıkarılamayan kaba hataların etkisinin az olduğu ağlar robust, fazla olduğu ağlar ise zayıf olarak nitelendirilmektedir.

Robustluk analizi güvenilirlik analizi ile gerilme tekniğini kullanan geometrik güç analizinin birleşimidir. Robustluk analizinin amacı MBH'ların etkisini gerilme tekniğini kullanan geometrik güç analizi ile belirlemektedir. MBH'ların etkisi ağda sanal bir deformasyon olarak değerlendirilir. Robustluk analizi yöntemi ile sayısal olarak noktasal bazda ötelemeler, robustluk ölçütleri ve gerilme değişmezleri elde edilir [22]. Bu değerlerin büyüklükleri ağın geometrisine, ölçülerin doğruluğuna, ölçü hassasiyetine ve güvenilirlik analizi sonuçlarına doğrudan bağlıdır.

Robustluk ölçütleri ağdaki her nokta için ölçü sayısı kadar hesaplanır. Bu ölçütlerin maksimum değerleri ağın direncini ifade etmektedir. 3-B ağlarda MBH'ların sebep olduğu yer değiştirmeleri (ötelemeleri) elde etmek için başlangıç koşulları (deformasyona uğramadan önceki nokta koordinatları) hesaplanır. Yer değiştirmeler ağda robustluğu araştırılan noktaların eşik değerleri (güven elipsoid yarıçapı) ile karşılaştırılarak ağın robustluğu hakkında karar verilir.

Yersel 1-B geometrik nivelman ve trigonometrik nivelman ağlarında robustluk ölçütü olan dilatasyon değerleri hesaplanarak ağın en robust noktaları belirlenebilir. Böylece ağda en zayıf ölçünün sebep olduğu nokta öteleme değeride belirlenmektedir.

Bu tez çalışmasında robustluk analizinin 1-B ve 3-B yersel jeodezik ağlarda uygulanabilirliği gösterilmiştir. 3-B yersel ağda koordinatı bilinen noktalar arasındaki gözlemlerin redundans sayıları 1'e eşit olduğu gösterilmiştir. Koordinatı belirlenecek noktaların sabit noktalara olan gözlemlerindeki redundans sayıları 1'e yakın değerler alabileceği gösterilmiştir. Redundans sayıları ne kadar küçükse ağın robustluğunun o kadar kötü olduğu gösterilmiştir.

1-B geometrik nivelman ve trigonometrik nivelman ağlarında yüksekliği belirlenecek ağ noktalarında ölçülerin dilatasyon ve öteleme değerlerinin hesaplanabilirliği

gösterilmiştir. Bu değerlerin maksimumca en büyük olanları 1-B ağıdaki zayıf noktaların ve bu zayıflığa sebep olan ölçüler gösterilmiştir. Yersel 1-B ve 3-B jeodezik ağlarda robustluğu düşük olan noktada bu düşüklüğe sebep olan ölçü gösterilmiştir. Robust olmayan ölçünün uygun ölçü prosedürleriyle yeniden ölçülerek noktanın ve ağın sağlamlığı artırılabilir.

Baarda (1967)[1] jeodezide istatikselsel kavramları ileri sürmüştür. İstatikselsel test yöntemleri ile jeodezide uyuşumsuz ölçülerin belirlenmesi ve jeodezik ağların güvenilirliği konuları Baarda (1968)[2] tarafından ortaya çıkarılmıştır. Pope (1976) uyuşumsuz ölçülerin belirlenmesinde kullanılan Pope yöntemini önermiştir. Robustluk kestirim yöntemi olan M-kestirim yöntemleri; L_1 norm yöntemi, LMS yöntemi, LTS yöntemi ve işaret zorlamalı robust en küçük kareler yöntemi gibi bir çok robust yöntem sunulmuştur (Huber 1981 [3]; Hampel ve ark. 1986 [4]; Rousseeuw ve Lenoy 1987 [5]; Koch 1999 [6]; Xu 2005 [7]). Seemkooei (2003)[8] jeodezik ağların dengelemesinde kullanılan rank defekti Gauss Markow modeli için L_1 norm minimizasyonunu formüle etmiştir.

Robust kestirimler Huber (1964) [9] ile birlikte yaygın olarak kullanılmaya başlanmıştır. Bu konuyla ilgili diğer çalışmalar; Hekimoğlu (1998) [10]; Yang ve ark. (2002) [11]; Hekimoğlu ve Berber (2003) [12]; Simkooei (2003) [7]; Hekimoğlu ve Erenoğlu (2007) [13]; Guo ve ark. (2010) [14]; Yetkin ve İnal (2010) [15] ile robust kestirim yöntemleri jeodezik ağlarda uygulanmıştır.

Gerilme tekniği kullanılarak jeodezik bir ağın güvenirliliğinin analiz edilmesi ile ilgili ilk çalışmayı New Brunswick Üniversitesinde Thapa (1980) [16] tarafından yapılmıştır. Ardından Vanicek ve ark. (1981) [17], Dare ve Vanicek (1982) [18] ve Dare (1983) [19] çalışmaları yapılmıştır. Vanicek ve ark. (1981) [17] güvenirlilik analizi ve geometrik güç analizini geliştirerek klasik jeodezik ağlarda uygulamıştır. Krakiwsky ve ark. (1993) [20] istatikselsel testler için seçilen α ve β olasılık seviyelerinin MBH'ın dış merkezlik parametrelerindeki rolünü incelemiştir. Vanivek ve ark. (2001) [21] yatay kontrol ağlarının robustluk analizi ile ilgili uygulamalar yapmıştır. Berber (2006) [22] 2-B ve 3-B ağların başlangıç koşullarını, eşik değerlerini ve 1-B ağlarda robustluk analizinin uygulaması için başlangıç koşullarını sunmuştur.

2. HATA TÜRLERİ

Gözlem yapmak ve daha sonra bu gözlemleri kullanarak hesaplamalar ve analizler yapmak bir haritacının temel görevlerindedir. İyi ölçü yapabilmek için yetenekli ölçmeciler ve kaliteli ölçme ekipmanlarını kombinasyon yaparak gözlem sırasında azami dikkat sağlanmalıdır. Buna rağmen hiçbir ölçü kesin değildir ve kaçınılmaz bir şekilde hatalar içerir. Gözlemler dolaylı ve dolaysız olarak temelde ikiye ayrıldığı için hataların sonuçlar üzerindeki etkisinin belirlenmesi hata yayılımı kuralının uygulanması gerekir [26].

Gözlem sonucu elde edilen yani ölçü değeriyle kesin değer arasındaki fark hata olarak tanımlanır.

$$\varepsilon = y - \mu \quad (2.1)$$

Burada ε hata, y ölçülen değer ve μ ölçünün kesin değerini göstermektedir. Ölçünün gerçek değeri çoğu zaman bilinmediği için hataların kesin büyüklükleri de çoğu kez bilinemez. Hiçbir ölçü tam değildir ve her gözlem mutlaka hatalıdır [26]. Örneğin bir açı dereceleri ile ayrılmış açı ölçüsüyle ölçülürse, ölçü değeri sadece derecenin en yakın ondalığı ile okunabilir. Dakika ölçüğü ile ayrılmış açı ölçüsüyle ölçülürse, ölçünün değeri daha doğru olacaktır. Bu da gösteriyor ki ölçünün doğruluğu kullanılan aletin açı ölçülendirmesinin büyüklüğü ile doğru orantılıdır.

Ölçünün doğruluğu ölçümün yapıldığı çevre koşullarına, insan duyuları, görme sınırına ve kullanılan ölçü aletinin hassasiyetine bağlıdır. Ölçümlerde daha iyi cihazlar kullanılıp, çevresel koşullar iyileştirilerek ve ölçümü yapan kişinin becerileri artırılarak ölçünün gerçek değerine daha çok yaklaşılabilir. Fakat bu asla kesin değeri olmaz.

Ölçüm hataları her ölçü ile ilişkili olduğu için bu hataları kendi içinde iç ve dış faktörler olarak ayırabiliriz. İç faktörler, insan duyularının kabiliyeti ve aletsel faktörlerdir. Dış faktörler ise ölçümün yapıldığı çevre koşullarıdır. Bu hataları kısaca üçe ayırırsak; bunlar aletsel hatalar, çevresel hatalar ve kişisel hatalardır [26].

1. Aletsel hatalar: Ölçümde kullanılan aletin yapısal kusurlarından kaynaklanan hatalardır [26]. Örneğin aletin küresel ve silindirik düzeçleri merkezlenmiş gibi görünür ama gerçekte düzeçte değildir. Total Station aletinin optik merkezinin reflektör ile çakıştığı düşünülür fakat çakışmayabilir. Öte yandan kullanılan cihazın üretim hatası olabilir ya da test ve kalibrasyonu yapılmamış olabilir.
2. Çevresel hatalar: Bu hatalara doğal hatalar diyebiliriz. Ölçümün yapıldığı çevredeki rüzgâr, sıcaklık, nem ve atmosferik basıncın sebep olduğu hatalardır. Yerin gravite ve manyetik alanı da bu noktada ele alınabilir. Bilhassa yersel ölçmelerde atmosferik refraksiyondan kaynaklanan hatalardır. Atmosferik refraksiyon ışın kırılmasına sebep olduğu için optik veya elektro optik ölçüleri olumsuz etkiler [26]. Örneğin bir nivelman ölçümünde geri ileri okuma mesafeleri eşit tutularak atmosferik refraksiyon giderilmiş olur. GPS ölçmelerinde de atmosferik etki ayrı ayrı iyonosferik etki ve troposferik etki olarak dikkate alınmalıdır.
3. Kişisel hatalar: Ölçümü yapan kişideki dikkatsizlik, konsantrasyon eksikliği, yorgunluk ve insan duyularındaki sınırlardan kaynaklanır. Bu hatalar kişinin mikrometreyi okuyabilmesi, küresel ve silindirik düzeçi merkezleyebilmesi gibi duyu ve görme sınırlarına bağlıdır. Hatanın büyüklüğü kişisel görme becerileri ve manuel ölçüm becerileri tarafından etkilenir. Mira okumalarında milimetrik okuyamama hatası buna örnek verilebilir. Ayrıca yanlışlarda yani kaba hatalarda yapılmış olabilir. Sayı değerlerinin yanlış algılanması veya yanlış hedefe yöneltme önemli kişisel hatalardır [26]. Örnek vermek gerekirse mira okumasını 1069 yerine 1096 olarak yapmak veya elektronik uzunluk ölçeri 6 nolu nokta yerine 9 nolu noktaya yönlendirmek önemli kişisel hatalardır. Çok miktarda verinin olduğu durumlarda bu verilerin bilgisayarlara aktarımı ve işlenmesi sırasında da hata yapılabilir.

Hataların bazıları da fiziksel koşullardan kaynaklanan sistematik hataları ve rastgele hataları meydana getirir. Ayrıca kişisel hatalardan kaynaklanan kaba hatalar oluşur. Bu hataların giderilmesi için farklı yöntemler ve prosedürler kullanılır. Bunlar ilerleyen kısımlarda anlatılmıştır.

2.1 Doğruluk ve Hassasiyet

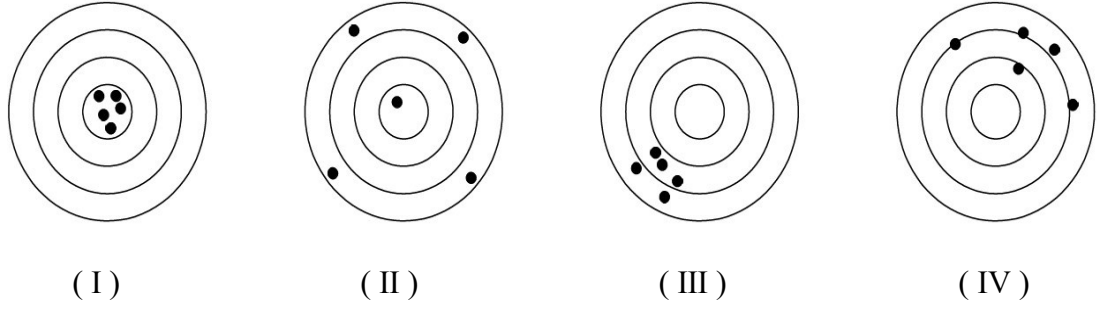
Aynı büyüklüğü iki kere ölçtüğümüzü düşünelim. Eğer bu ölçümler arasındaki fark küçükse bu muhtemelen kaba hata yapmadığımız ve rasgele hataların da küçük olduğu anlamına gelir. Bununla birlikte küçük farklar sistematik hataların varlığını engellemez. Bir ölçü kümesindeki ölçü değerleri ne kadar birbirine yakınsa bu hassasiyetin o kadar arttığı anlamına gelir. Hassasiyet derecesi özellikle ekipman kalitesi ve gözlemcinin yeteneğine bağlıdır. Diğer taraftan doğruluk gözlenmiş değerlerin gerçek değerlere yakınlık derecesini verir. Kaba ve sistematik hataların elemine edilmiş olması bizi doğruluğa daha fazla yaklaştırır. Doğruluk ve hassasiyet bir bütün olarak ele alındığında kaba ve sistematik hataların tamamen bertaraf edilmesi ve rasgele hataların mümkün olduğunca minimize edilmesi gerektiği anlaşılır [26].

Doğruluk ve hassasiyet istatistiksel terimlerdir. Doğruluk aynı niceliğe sahip iki ölçü arasındaki cebirsel fark olarak tanımlanır ve gerçek değere olan yakınlığı ifade eder. Gerçek değere asla ulaşamadığı için doğruluk her zaman bir bilinmeyen olarak kalmaktadır. Genellikle ölçüler arasında küçük farklar olduğu zaman ölçülerde sadece küçük hatalar olduğuna inanılır. Bu yüzden küçük hatalı ölçülerin inandırıcılığı daha yüksektir ve hassas bir ölçü olduğunu gösterir. Fakat hassas olması illa ki doğru bir ölçü olacağı anlamını taşımamaktadır [26].

Hassasiyet, veri grubu içerisindeki farkların büyüklüğüne bağlı olarak ölçüler arasındaki tutarlılık ölçütüdür. Yani bir ölçünün, ölçü grubundaki ortalamaya olan yakınlığını ifade eder. Ölçüm süresince ulaşılacak hassasiyet derecesi çevre koşullarına, kullanılan cihazların kalitesine ve uygun ölçü prosedürlerinin takip edilmesine bağlıdır [26].

Haritacılıkta doğruluk ve hassasiyet terimleri sık sık karıştırılmaktadır. Doğruluk çoğunlukla hassasiyetin yerine kullanılmaktadır. Oysa hassasiyet rastgele hatalı ölçüler ile gerçek değer arasındaki farkın standart sapması yani varyansı olarak ifade edilir. Bu durumda bir ölçü sistematik ve kaba hatalı ölçülerden tamamen arınmış olduğu ve sadece rastgele hatayı barındırdığında doğruluk eşittir hassasiyet diyebiliriz.

Doğruluk ve hassasiyet arasındaki farkın anlaşılması için Şekil 2.1'de dört hedef tahtası örneği yardımcı olacaktır.



Şekil 2.1 Doğruluk ve hassasiyet kavramlarının karşılaştırılması [26].

Şekil 2.1'deki dört hedef tahtasına dört yarışmacı beşer ok atıyor. Okların her biri tahtalardaki daire sınırlarının farklı noktalarına saplanıyor. İçteki en küçük yarı çaplı dairenin merkezi, atıcının kesin vurması gereken nokta olarak belirleniyor. Dört yarışmacının da yaptığı atışlar sırası ile Şekil 2.1'deki numaralı tahtalarda nokta işaretlerini vuruyor. I numaralı hedef tahtasına yapılan atışların hepsi küçük daire içerisindedir ve daire merkezine yakındır. Bu durumda atışlar hem hassas hem de doğrudur. II numaralı hedefte atışlar doğru olabilir ama hassas değildirlerdir. III numaralı hedefte atışlar hassas olabilir ama doğru değildirlerdir. IV numaralı hedefte atışlar ne doğrudur ne de hassastır.

Dört hedef tahtasına yapılan atışları haritacılık açısından nokta ölçümü olarak düşündüğümüzde ölçüm sonuçlarının I. durumdaki gibi doğrulu ve hassasiyetini yüksek olmasını arzularız. II. durumdaki oluşan ölçüler ise ölçümede kullanılan yöntem farklılıklarından dolayı oluştuğu düşünülür. Ölçülerimizde genellikle sistematik hatalar olduğu zaman ise III. durum oluşur. IV. durumda ise ölçümü yapan kişinin dikkatsizliğinden ve uygun ölçü prosedürlerine uyulmaması sonucu oluşmaktadır. Genellikle ölçüm sonrası II. ve IV. durumdaki sonuçları istenmeyen durumlardır. Çünkü III. duruma sebep olan sistematik hatalar fizik kurallarına göre oluştukları için tahmin edilerek düzeltiler.

2.2 Rastgele Hatalar

Ölçülerdeki tüm kaba hatalar ve sistematik hatalar belirlenip elimine edildikten sonra ölçü ile gerçek değer arasında küçük miktarda sapmalar olacaktır. Bunun sebebi rastgele hataların varlığının hala devam etmesidir. Genellikle insan kusuru ve aletten kaynaklanırlar. Herhangi bir fiziksel kuralları takip etmedikleri için matematiksel istatistiğin konusudurlar. Gauss normal dağılımına uyarlar ve olasılık yasalarıyla yorumlanabilecek bu hatalar stokastik değişkenlerdir. Rasgele hatalar diğer iki hata türünün dışında kalan hatalardır. Kontrolümüz dışında olan faktörlerden kaynaklanırlar ve matematiksel olasılık yasalarına uyarlar. Her ölçüde muhakkak bulunurlar. Büyüklük ve işaret bakımından rasgele bir karakter gösterirler. Normal dağılıma uyarlar. EKKY'nin konusunu oluştururlar.

Ölçülerin doğruluğunu artırmak için kaba hatalar ve sistematik hataların elimine edilmesi gerekmektedir. Presizyonlu ölçüler ise daha küçük rastgele hatalar demektir. Ölçülerdeki kaba hatalar ve sistematik hatalar giderilip sadece rastgele hatalar etkilendiğinde doğruluk ve presizyon terimleri birbirinin yerini alabilir [27]. Teknolojik ilerlemeler ve ölçümü yapan kişilerinde çaba göstermesine rağmen rastgele hatalar kaçınılmaz olur. Bu yüzden EKKY (En Küçük Kareler Yöntemi) ile dengelemenin yapılmasının en önemli nedenidir. Örneğin EUÖ ile mesafe ölçümünde nokta üzerine hatalı kurulması veya mira okumasında miranın düzeçte olmaması, derece okumalarında küçük hatalar olması gibi örnekler verilebilir.

Ölçülerden üretilen koordinat bilgileri hata içerdiği için koordinat değerlerinin güvenilirliği ve bu değerlerden sağlanacak teknik hizmetlerin kalitesi eksiksiz ve doğru bir hata analizi yapılarak sağlanabilir. Bunun için dengeleme sonrası kovaryans matrisi ile çeşitli duyarlık ölçütleri ağ için elde edilebilir. Özellikle hata veya güven elipsleri/ elipsoitleri görsel açıdan büyük kolaylık sağlarlar [27].

Rastgele hatalar;

- Rastgele hata belli bir değeri aşmaz.
- Rastgele hatalar pozitif ve negatif olma olasılıkları eşittir.
- Küçük hataların olma olasılığı büyük hatalardan daha yüksektir.
- Ölçü sayısı sonsuza doğru gittikçe rastgele hataların ortalaması sifıra yaklaşır. Bu da Gauss'un normal dağılımına uyduğunu göstermektedir [27].

Ölçülerdeki rastgele hataların etkilerini azaltmak için uygun istatistiksel metotlar (örneğin EKKY) kullanılarak açıklanabilir.

2.3 Sistemik Hatalar

Çevre, alet ve gözlemci faktörleri nedeniyle oluşan, ölçüleri aynı büyüklük ve aynı işaretle aynı yönde etkileyen kümülatif hatalar sistemik hatalar olarak tanımlanır. Sistemik hatalar, sistemik etkiler veya bias olarakta isimlendirilebilir. Sistemik hatalar belirli bir fizik kurallarına göre oluştuğu için tahmin edilebilirler. Bu sayede ölçülere gerekli düzeltmeler getirilebilir. Ayrıca uygun ölçü prosedürleri takip edilerek sistemik hataların ölçüler üzerindeki etkileri ortadan kaldırılabilir veya hesaplanabilir [27]. Örneğin, nivelman ölçümünde geri ve ileri mira okuma mesafesini eşit tutarak dünyanın yer eğriliği ve ışın kırılması etkisi ortadan kaldırılabilir. Şerit metrelerin sıcaklıkta genleşmesi, Total Station ölçmelerinde yatay daire gösterge hatası ve standart mira uzunluğunun olmaması gibi hatalar sistemik hatalara örnek olarak verilebilir.

Sistemik hataların etkilerini minimize etmek için ölçme aletleri periyodik olarak test edilmeli ve gerekiyorsa kalibrasyonları yapılmalıdır. Çünkü aletsel hatalardan kaynaklanan hatalar uygun ölçü prosedürleri takip edilse bile elimine edilemez. Bazı sistemik hatalar ölçüm cihazına da bağlıdır. Bunlar örneğin, total station'da sıfır hatası sabit bir fonksiyon ile modellenebilen sistemik hatadır.

Sistemik hatalar lineer fonksiyon veya lineer olmayan fonksiyon şeklinde matematiksel olarak modellenebilir. Örneğin, EUÖ'de lineer bir fonksiyon ile ölçek hatası ($a + b$ ppm) uzunluk arttıkça artacağı için modellenebilir. Ya da lineer olmayan bir fonksiyon ile çevresel faz hatası (Cyclic Error) modellenebilir [27].

Sistemik hatalar büyüklük ve işaret bakımından ölçüm süresince aynı değerdedir. Ölçme sistemi sabit kaldığı sürece sistemik hatalarda sabit kalmaktadır. Aksi takdirde sistemik hataların büyüklükleri de değişmektedir [23].

2.4 Kaba Hatalar

Ölçümü yapan kişinin dikkatsizliği ve aletten kaynaklanan hatalar kaba hatalar olarak tanımlanır. Kaba hatalar ölçmecinin dikkatsizliği sonucu oluşan hatalardır. Hem gözlem yaparken hem de bu gözlemleri kaydederken bu hataları yapabiliriz. Genellikle değeri büyük olan kaba hatalar, yanılma veya uyuşumsuz ölçüler olarak da isimlendirilebilir. Başlıca ölçüm yanlışlıkları sonucu oluşurlar. Örneğin ölçmecinin mira okumasında 2,49 yerine 2,69 olarak not alması veya 6. noktaya bakacakken 9. noktaya bakılması, hava sıcaklığından dolayı doğru okumaların yapılamaması, EUÖ'ler için uygun milyonda bir(ppm) değerinin ayarlamasını unutmak, açı ölçülerinde grad yerine derece ölçülmesi gibi kişisel hataları içerdiği için örnek olarak gösterilebilir.

Kaba hatalar lokaldir. Çünkü rastgele değişkenlik göstermezler. Kaba hatalar istatistik yöntemler ile açıklanamazlar. Kaba hatalar, ölçümlerin daha dikkatli yapılarak, uygun ölçüm prosedürleri izlenerek ya da verilerin işlenmesinde tamamen minimize edilebilir. Örneğin, mesafe, yatay açı, düşey açı ölçümleri tekrarlı yapılarak ortalama değerleri hesaplanabilir. Hesaplama sonucu ölçülerden birinin değeri ortalamadan oldukça fazlaysa o ölçüde hata olduğunu gösterir. Ayrıca ölçüler geometrik veya cebirsel şekillerde kapalı olarak yapılırsa potansiyel hatalar iyi bir şekilde tanımlanmış olur. Yine de uygun ölçü prosedürlerine uyulmasına rağmen küçük miktarlarda kaba hatalar ölçüde barınmaya devam edecektir. Bunları belirlemek ve elimine etmek için istatistiksel test teorileri ve diğer teknikler kullanılabilir [27].

En küçük kareler yöntemi (EKKY), ölçülen her noktaya hataları yayma etkisi yaptığı için uyuşumsuz ölçü belirleme yöntemlerinin başarısını önemli oranda azaltır. Bu yüzden kaba hataların mümkün oldukça dengeleme hesabı yapılmadan önce elimine edilmesi gerekmektedir. Dengeleme hesabı yapıldıktan sonra düzeltmelerin istatistiksel olarak analiz edilmesiyle kaba hatalı ölçüler ortaya çıkarılabilir. Bu yöntemler istatistik test yöntemleri ve robust kestirim yöntemleri olarak iki farklı yaklaşımdan yararlanılır [27].

Harita mühendisliği alanında Baarda ve Pope yöntemleri yıllardır başarılı bir şekilde kullanılan uyuşumsuz ölçü test yöntemleridir. Ayrıca robust kestirim yöntemleri hem uyuşumsuz ölçü belirleme amacıyla hem de kaba hataların etkisini minimize etmek

suretiyle başarılı bir parametre kestirim yöntemidir. M-kestirim yöntemi, Danimarka metodu, işaret zorlamalı robust kestiriciler (LMS ve LTS) harita mühendisliği literatüründe başarılı bir şekilde kullanılmaktadır.

Harita mühendisliğinde en yakın parametre kestirim yöntemi olan EKKY kaba ve sistematik hatalardan arınmış sadece rastgele hatalara maruz kalmış ölçüler talep eder. Bu şartlar altında minimum varyans ve minimum olasılık gibi avantajlı imkanlar sunar. Bu nedenle EKKY'ne " En İyi Doğrusal Yansız Kestirici (BLUE)" de denir [27].

3. EN KÜÇÜK KARELER YÖNTEMİ (EKKY)

Klasik Gauss- Markov modelinde lineer parametre kestirimi için bilinmeyen x parametreleri fonksiyonel ve stokastik modellerin temeline dayanarak tanımlanır [8].

$$l + v = Ax \quad (3.1)$$

Burada v , düzeltmeler vektörü, l ölçü vektörü, A katsayılar matrisi, x bilinmeyen parametreler olarak tanımlanır.

En Küçük Kareler Yöntemi (EKKY) bilinmeyen parametrelerin kestirimi için kullanılan istatistiksel bir yöntemdir. En yaygın olarak kullanılan parametre kestirim yöntemlerinden biridir. Gereğinden fazla ölçüm yapılması gerekir. Bu tekniğin uygulanabilmesi için ölçü sayısının bilinmeyen sayısından fazla olması gerekmektedir:

$$f = n - u \quad (3.2)$$

Burada n ölçü sayısı, u bilinmeyen sayısı ve f ise fazla ölçü sayısını (serbestlik derecesi) tanımlar. Serbestlik derecesi pozitif yani $f > 0$ olmalıdır [8].

EKKY kavramı ilk kez 19. yy'da Legendre ve Gauss tarafından geliştirilmiştir. İlk kez fiziksel ve astronomik verilere uygulanmıştır. Ölçülerde uyumsuz ölçüler olduğu zaman EKKY'nden elde edilen tüm sonuçlarda bozulmalar olur. Çünkü EKKY ölçülen her noktaya hataları yayma etkisi yaptığı için uyumsuz ölçü belirleme yöntemlerinin başarısını önemli oranda azaltır. Uyumsuz ölçüler Baarda ve Pope gibi istatistik testler veya robust kestirim metotları kullanılarak belirlenebilir, ortadan kaldırılabilir ya da etkisi azaltılabilir [27].

EKKY ölçü düzeltmelerinin kareleri toplamını minimum yaparak en iyi sonuca ulaşmaya çalışır. EKKY ölçülerin dağılımı ile ilgili herhangi bir önsel bilgi gerektirmez. Eğer P ağırlık matrisi, ölçülerin varyans kovaryans matrisinin tersi olarak seçilirse, en küçük kareler kestirimi gerçeğe en yakın kestirim olan minimum varyans kestirimidir ve yansızdır. Ayrıca eğer gözlem hataları normal dağılıma sahipse EKKY

maksimum olasılık kestirimini verir. Bu da olasılığın en yüksek değeridir ve gerçek değere en yakın değerdir [27]. EKKY'nin amaç fonksiyonu:

$$v^T P v = \sum_{i=1}^n \rho_i v_i^2 \rightarrow \min \quad (3.3)$$

Burada P , ölçülerin ağırlık matrisi, v ölçülere getirilecek düzeltmeler olarak tanımlanır.

En küçük kareler yöntemi bilinmeyen parametreler arasındaki fonksiyonel ilişkiyi tanımlayan güçlü bir istatistiksel yöntemdir. Yine de EKKY ile güvenilir sonuçlar üretmek için kaba ve sistematik hatalı olmayan ölçüler talep edilir. EKKY eğer ölçülerde sadece rastgele hatalar olursa bilinmeyen parametre kestirimi için en iyi sonucu verir. Ölçülerde uyumsuzluklar olduğunda hatasız ölçülerin üzerine uyumsuz ölçüler etki edeceği için hatalı ölçüleri belirlemek zorlaşır ve belirlenen sonuçlar kötü ya da geçersiz olacaktır [27].

4. JEODEZİK AĞ DATUMUNUN BELİRLENMESİ

Bir jeodezik ağın datumu, ağı belirli bir koordinat sistemine göre uzayda tanımlamak veya konumlandırmak için ihtiyaç duyulan temel parametreler olarak tanımlanır. Jeodezik ağ datumu önceden tanımlanmış koordinat sistemi ile ilgili ağın pozisyonu veya uzayda ağı tanımlamak için ihtiyaç duyulan minimum temel parametreler olarakta tanımlanabilir. Ağ noktalarında yapılan mesafe, yatay açı, düşey açı gibi iç ölçümlerin sadece ağdaki nokta koordinatlarını tanımlayabilir. Ağın ulusal olarak tanımlanabilmesi için datum parametrelerine ihtiyaç duyulur. Bu yüzden kurulan jeodezik ağ önceden tanımlanmış koordinat sistemi ile ilişkilendirilmelidir. Yani kurulan ağda yapılan iç ölçümlerin koordinatı bilinen noktalarda da olması gerekmektedir [22].

Jeodezik ağlarda nokta konumları yalnız jeodezik ölçümler tarafından hesaplandığı için datum tanımlaması ağ geometrisinden etkilenmemelidir. Ağın datumu ağda kullanılan koordinat sistemini tanımlar. Bu tanımlama temel datum parametreleri olan dönüklük, öteleme ve ölçek faktörü olarak üçe ayrılır. Kurulacak olan ağ, kuruluş amacına göre üç farklı boyut için bilgi içerir. 1-Boyutlu (B) ağlar H koordinat yükseklik değerini, 2-B ağlar sağa ve yukarı değerleri olan X, Y koordinat değerlerini, 3-B ağlar ise noktanın üç boyutlu modellenmesi olan X, Y ve Z yükseklik değerini içerir. GNSS ölçümlerinde kullanılacak ölçüm yöntemine göre yükseklik değerinin tanımlanabilmesi için ölçümü yapılan coğrafyanın jeoid ile elipsoid arasındaki yükseklik farkı olan N ondülasyon değerinin bilinmesi gerekmektedir. Jeodezik ağların farklı tipleri için toplam datum parametre sayısı Tablo 4.1’de verilmiştir.

Tablo 4.1 Yersel jeodezik ağların datum parametreleri [28].

Ağ Türü		Datum Parametreleri		Toplam Sayı
3-B Yersel Ağlar		3 Öteleme	x, y ve z yönündeki öteleme	7
		3 Dönüklük	x, y ve z yönündeki dönüklük	
		1 Ölçek	S: Ölçek	
Yatay Ağlar	Nirengi Ağları	2 Öteleme	x ve y yönündeki öteleme	4
		1 Dönüklük	z yönündeki dönüklük	
		1 Ölçek	S: Ölçek	
	Doğrultu-Kenar Ağları	2 Öteleme	x ve y yönünde öteleme	3
		1 Dönüklük	z yönündeki dönüklük	
	Düşey Ağlar		1 Öteleme	z yönündeki öteleme

Kurulacak olan jeodezik bir ağda iki ya da daha fazla koordinatı bilinen nokta olması o ağın dönüklüğünün ve ölçeğinin biliniyor olmasını işaret etmektedir. Üç boyutlu ağlar için ağın bir kenar uzunluğunun bilinmesi ağın ölçeğini, bir semt açısının bilinmesi ağın ötelemesini, bir zenit açısının bilinmesi ise ağın dönüklüğünü vermektedir.

Jeodezik ağlarda datum tanımlama iki şekilde yapılır: 1) minimum zorlamalı dengeleme ve 2) serbest dengeleme. Datum tanımını ilerleyen paragrafta açıklandığı gibi minimum sayıda parametreyle dengelenmesine minimum zorlamalı dengeleme denir [28]. Örneğin bir GPS ağında bir noktanın üç boyutlu koordinatlarını biliyorsak bu ağı minimum zorlamalı dengelemeyle dengeleyebiliriz. En az iki noktanın koordinatları biliniyorsa bu durumda zorlamalı dengeleme söz konusu olur. Serbest ağ dengelemesi ise tüm iz minimum ve kısmi iz minimum olmak üzere iki çeşittir. İlkinde tüm ağ noktaları datum tanımına katılırken ikincisinde ağ noktalarının bir kısmı datum tanımına katılmaktadır.

Jeodezik ağlarda datum tanımlaması harici gözlemlerle sağlanmalıdır. Yükseklik ağlarında tanımlanması gereken datum parametresi sayısı 1'dir. Bir noktanın yüksekliğini biliyorsak ağı dengeleyebiliriz. 2 boyutlu yatay kontrol ağlarında tanımlanması gereken parametre sayısı 4'tür. Eğer ağda bir adet mesafe ölçümü yapılmışsa bu 3'e iner. En az iki noktanın yatay koordinatlarını veya bir noktanın yatay koordinatlarıyla bir mesafe ve bir azimuth ölçüsüyle ağın datumunu tanımlayabiliriz. 3 boyutlu ağlarda ise datum parametre sayısı 7'dir. 3 boyutlu yersel jeodezik ağlarda bir adet mesafe ölçülmüşse parametre sayısı 6 ya, ek olarak iki zenit açısı ve bir azimuth ölçülmüşse 3'e iner. GPS ağlarında ise baz vektör bileşenlerinden dolayı harici bir şekilde tanımlanması gereken parametre sayısı doğrudan 3'tür [28].

Tablo 4.2 Jeodezik ağların datum bileşenleri [28].

	Datum Parametreleri						
	Öteleme			Dönüklük			Ölçek
Gözlemler	t_x	t_y	t_z	ω_x	ω_y	ω_z	s
Mesafeler	-	-	-	-	-	-	x
Yatay açılar	-	-	-	-	-	-	-
Azimet	-	-	-	-	-	x	-
Zenit mesafesi	-	-	-	x	x	-	-
Astronomik konum	x	x	-	-	-	-	-
GPS konumları	x	x	x	x	x	x	x
GPS'in 3D konum farkları	-	-	-	x	x	x	x
2D konum farkları	-	-	-	-	-	x	x
Yükseklik farkları	-	-	-	-	-	x	x

5. SERBEST AĞ DENGELMESİ

Yeryüzünde bulunan tüm canlı ve cansız nesnelerin zamanla aşınması, yıpranması ve hatta konumlarının bile değişmektedir. Güneş, ay ve dünya çekirdeğinin çekim kuvvetlerinden dolayı dünyanın yüzeyinde, iç katmanlarında ve üst katmanlarında sürekli hareketlilik nedeniyle kıtalar da hareket etmektedir. İşte bu noktada gerek doğal ve gerekse dış etkenlerin sebep olduğu bu değişimler haritacılık için gözlemlenebilir ölçütler olmaktadır. Bu değişimlerin sayısal ve mantıklı değerler ile ele alınabileceği bir gerçektir [29].

Bu hareketlilik haritacılık alanında ilk olarak yersel ölçümler ile başlayıp yeryüzündeki hareketlerin tespiti ve matematiksel değerlendirmeler yapılmıştır. Teknolojinin ilerlemesiyle uydu yörüngeleri oluşturularak dalgalar aracılığıyla haritacılık ölçümleride yapılmaya başlamıştır. Böylece dünya yüzeyindeki hareketleri ve nesnelerin konumlarını belirleme işlemi zamanla pratikleşmiş ve hassasiyet kazanmıştır.

Teknolojik gelişmelerle barajlar, tüneller, yollar, köprüler, viyadükler, gökdelenler ve bunlara benzer birçok sanatsal yapılar inşa edilmiştir. Bu yapılar inşa edildikten sonra varlıklarını sürdürdükleri sürece bazı kuvvetlerin etkisi altında kalırlar. Bunlar iç ve dış kuvvetler olmak üzere ikiye ayrılabilir [29].

İç kuvvetler;

- Levha hareketleri
- Dağ oluşumları
- Kıta hareketleri
- Volkanlar
- Depremler
- Tsunamiler gibi enerjisini yeraltından alan felaketlerdir.

Dış kuvvetler ise;

- Gelgit olayları
- Kasırgalar
- Rüzgarlar
- Sel gibi enerjisini yeryüzünden alan felaketlerdir [29].

Bu kuvvetlerin etkileri sonucu yeryüzü ve sanat yapıları hareket halinde olurlar. Bu hareketler sürekli olduğu için bu yapıların devamlı kontrol altında olması gerekir.

Harita ve inşaat mühendisleri birçok alet kullanarak bu yapıların hareketlerini gözlemlerler. Hareketlerin yatayda ve düşeyde oluşan değerleri belirlenir ve matematiksel sonuçlar elde edilerek bu yapılar sürekli izlenir. İşte bu noktada oluşan hareketlilik sanat yapıları üzerinde deformasyona sebep olur.

Deformasyonun tanımlanabilmesi için sürekli gözlemler yapılmalıdır. Bu gözlemler yanal hareketler, düşey hareketler, gerilmeler, basınç, eğim ve sıcaklık değerlerinin her birinin tespiti için kullanılan aletlerle ölçümleri yapılır [29].

Mühendislik yapıları ve yeryüzünde bulunan her nesne sürekli değişim halinde olduğu kanıtlandığı için bu değişimlerin bir değeri ve niteliği olması gerekmektedir. Bu yüzden hareketlerin konumsal değerlerini tanımlamak için sürekli yersel veya GNSS alıcılarıyla gözlemlenebilecek jeodezik ağlar oluşturulur.

Yersel ölçümlerde kullanılan Elektronik Uzunluk Ölçerler (total station) ile jeodezik ağdaki her bir nokta üzerinde, çevresindeki komşu noktalara uygun ölçü prosedürleri uygulanarak yapılan ölçümlerle noktaların konumları üç boyutlu koordinat sisteminde hesaplanmış olur.

Jeodezik ağda daha öncesinden koordinatı bilinen kesin noktaların olup olmaması durumuna göre dengeleme yöntemi değişir. Çünkü jeodezik ağlarda üç boyutlu ölçümlerin dengelemesinde Serbest ağ dengeleme yöntemleri kullanılır. Kullanılan bu yöntem kendi içinde üçe ayrılır. Bunlar ağ içerisindeki koordinatları bilinen noktaların olup olmamasına bağlıdır. Ayrıca bu noktaların ağın geometrisi içerisinde kaç tane olduğu ve ağın dengelemesi için kaç tanesinin hesaba dahil edileceğinin belirlenmesi serbest ağ dengeleme yöntemini belirlemiş olacaktır.

Serbest ağ dengelemesinde tanımlanan ağlar için ölçümler değişkenlik gösterir. Bunlar Tablo 5.1 de görüldüğü üzere her bir ağa ait ölçülerdir.

Tablo 5.1. Jeodezik ağlarda yapılan ölçümler.

Doğrultu Ağlarında	Doğrultular
Kenar Ağlarında	Uzunluklar
Doğrultu- Kenar Ağlarında	Doğrultular ve Uzunluklar
Nivelman Ağlarında	Yükseklik farkları
Trigonometrik Nivelman Ağlarında	Düşey Açılar, Eğik uzunluk
GPS Ağlarında	Üç Boyutlu Koordinat farkları (kod, faz ve zaman ölçümleri sonucu elde edilir)

Tablo 5.1’de belirtilen ağın türüne göre kendi içerisinde yapılacak ölçümlerle oluşan ağ serbest ağ olarak adlandırılır. Tanımlanacak serbest ağ’a göre bu ölçülerden herhangi birini içeren sabit bir noktaya bağlantı ölçüsü olmadığı sürece o ağ için öteleme, dönüklük ve ölçeği hakkında hiçbir bilgi veremez. Tablo 5.2’de datum parametre kestirimi için tanımlayıcı ölçütler verilmiştir.

Kurulan bir jeodezik ağın konumsal olarak bilgi verebilmesi için datum parametreleri yada dış parametrelere ihtiyacı vardır.

Bunlarda;

- Bir nivelman veya trigonometrik nivelman ağının herhangi bir koordinat sisteminde tanımlanabilmesi için kullanılmak istenen koordinat sisteminde tanımlı ağdaki en az bir noktanın yükseklik(Z) değerinin biliniyor olması gerekmektedir.
- Doğrultu ağının koordinat sisteminde tanımlanabilmesi için o ağın içindeki en az iki noktanın yataydaki (X, Y) koordinatlarının bilinmesi gerekmektedir.
- Doğrultu- Kenar ağının koordinat sisteminde tanımlanabilmesi için o ağın içinde en az bir noktanın yataydaki (X, Y) koordinatları ve en az bir doğrultusunun yönü bilinmesi gerekmektedir.
- GPS ağında ise koordinat sisteminin tanımlanabilmesi için o ağın içinde en az bir noktanın yatayda ve düşeydeki (X, Y, Z) koordinatlarının bilinmesi gerekmektedir [28].

Tablo 5.2. Datum parametre kestirimi [28].

Ağın Türü	d	Datum Parametre Türü	Ağın Tanımlayıcıları
Nivelman	1	1 Öteleme	1 Noktanın Yüksekliği (Z)
Trigonometrik	1	1 Öteleme	1 Noktanın Yüksekliği (Z)
Doğrultu	4	2 Öteleme 1 Dönüklük 1 Ölçek	2 Noktanın Yataydaki Koordinatları (X, Y)
Doğrultu- Kenar	3	2 Öteleme 1 Dönüklük	1 Noktanın Yataydaki Koordinatları (X, Y) ve 1 Doğrultunun Yönü
GPS	3	3 Öteleme	1 Noktanın Yataydaki ve Düşeydeki Koordinatları (X, Y, Z)

d: datum parametresi sayısı

Ağ analizi genellikle deformasyon analizi için gereksiz ölçümlerin önceden atıldığı önemli bir adımdır. Ağ analizi ağ geometrisini benzersiz şekilde tanımlayan homojen bir koordinat kümesi üretir. Bu yüzden deformasyon analizi sonuçlarını doğrudan etkilediği için datum tanımlamasına ihtiyaç duyulur.

Serbest ağlarda tüm noktalar bilinmeyendir. Serbest ağ dengelemesinde sonuçları birbirine dönüştürülebilen zorlamasız dengeleme, kısmi iz minimum dengelemesi ve tüm iz minimum dengeleme yöntemi olarak üçe ayrılır. Kullanılan bu dengeleme yöntemleri ağın geometrisini bozmazlar. Bu yöntemler ölçülerin yeniden dengelemesine ihtiyaç duymadan S transformasyonu kullanılarak kolayca değiştirebilir. Bunun için de koordinatı bilinen aynı noktaların eski ve yeni datumları gerekmektedir [28].

5.1 Zorlamasız Dengeleme

Jeodezik ağı dengelenmesinde ağıdaki bazı noktaların koordinat bilinenleri dengeleme sırasında hesaplara dahil edilebilir. Bu dengeleme türüne noktalara dayalı olarak yapılan zorlamasız dengeleme adı verilir. Ağıdaki minimum sayıda datum parametresi dikkate alınarak yapılan dengelemedir. Bu dengeleme türünde koordinatları hesaplanacak yeni noktaların doğrulukları, koordinatı kesin bilinen yani sabit noktalara bağlı olarak hesaplandığı için bu noktalardan etkilenirler. Çünkü ağıdaki sabit noktaların koordinatları kesin kabul edildiği için ağıdaki her noktada yapılan ölçülerin barındırdığı hatalar sadece koordinatı bilinmeyen noktalara dağıtılır. Bu da sabit noktalardan uzaklaştıkça biriken hatalar yeni noktaların konum hatalarını büyütür.

Örneğin ağı sabit noktaları merkezde olduğunu düşünürsek ve ağı en dıştaki noktanın da sabit noktaya gözleminin olmaması o noktanın diğer noktalardan daha fazla hata barındırdığını söyleyebiliriz [28].

5.2 Tüm İz Minimum Dengelemesi

Noktaların konum doğruluğu datum seçiminden kaynaklı olarak değişir. Zorlamasız dengelemenin oluşturduğu durumdan etkilenmemek için veya etkiyi azaltmak için tüm iz minimum dengeleme yöntemi kullanılır. Bu yöntemde jeodezik ağdaki tüm noktalarda yapılan ölçümlerin içinde barındırdığı hatalar tüm noktalara dağıtılır. Yani ağı içerisinde olan her bir noktanın değerleri bilinmeyen olarak dengeleme hesabına dahil edilir ve böylece tüm noktalardaki hatalar ağdaki her noktanın ölçüsüne dağıtılmış olur. Bu yöntemde tüm iz minimum dengelemesi olarak tanımlanır. Bu dengeleme yöntemi çoğu deformasyon analizin de yaygın olarak kullanılır ve ağdaki tüm noktalar datum tanımına katılır [28].

5.3 Kısmi İz Minimum Dengelemesi

Jeodezik ağların dengelemesinde kullanılan diğer bir yöntem ise kısmi iz minimum yöntemidir. Bu yöntem ağı datumunu belirlemek istediğimiz belirli noktaların datum tanımında kullanılması olanağını sağlar. Bu da ağıımızdaki datum tanımını için kullanmak istediğimiz noktalarda hesaplama yapmamızı sağlar. Yani ağdaki noktaların bir kısmı datum tanımına katılır. Dengeleme hesabında kullanılacak noktaların içerdiği hatalar, hesaplamada seçtiğimiz noktalara dağıtılır. Hesaplamaya dahil etmediğimiz noktaların değerlerinin tümünün 'sıfır' olduğunu kabul ederek ağı belirli bir kısmında yapılan dengeleme kısmi iz minimum dengelemesi olarak tanımlanır [28].

6. UYUŞUMSUZ ÖLÇÜ KAVRAMI

Jeodezik ölçümlerde kullanılan aletler, ölçümü yapan kişi ve çevre koşulları gibi etkenlerden dolayı uygun ölçü prosedürleri uygulanmış bile olsa ölçülerde hatanın olmaması imkansızdır. Ölçü hataları rastgele hatalar, sistematik hatalar ve kaba hatalar olarak sınıflandırılır. Bu hatalar içerisinde rastgele hatalardan kaçınılamaz ve ölçünün gerçek değeri etrafında normal dağılımlı olduğu kabul edilir. Fakat ölçülerdeki kaba hatalar, rastgele hataların normal dağılımını etkileyerek noktaların ötelenmesine neden olur. EKKY ile dağılımın beklenen değeri ve standart sapması tahmin edilebileceği için gerçek değere göre ötelenmiş dağılımdan yanlış sonuçlar çıkabilir. Çünkü ölçülerde kaba hatanın varlığı dengeleme sonucu düzeltme değerlerini artırır [25].

Uyuşumsuz ölçüler arazide gözlemleri toplama, toplanan gözlemleri kaydetme, veri transferi ve hesaplamalar esnasında yapılabilirler. Kaba hataların tespiti edilmesi ve elemine edilmesi güç bir problemdir. Bu ölçülerin belirlenmesi dengelemeden önce veya dengelemenin bir parçası olarak yapılabilir. Dengelemeden önce özellikle büyük kaba hatalar geometrik ve trigonometrik kontrollerle belirlenebilir. Yanlış istasyon numaralandırma gibi hatalarda bu aşamada belirlenmelidir. Dengelemeden sonra ise dengelemenin bir ürünü olan düzeltmelerin analiziyle uyuşumsuz ölçüler belirlenmeye çalışılır. Buradaki problem EKKY'nin yayma ve maskeleye etkisidir. EKKY kaba hataların etkisini gizler veya indirger ve neredeyse bütün ağa dağıtır. Bu EKKY'ye dayalı uyuşumsuz ölçü belirleme işleminin başarısını olumsuz etkileyen bir faktördür. Bu noktada kısmi redundans sayıları önem taşır. Kısmi redundans sayıları 0 ile 1 aralığındadır. Bu değerlerin homojen olmamaları ve olması gereken değerden küçük olmaları sorun yaratabilmektedir. Uyuşumsuz ölçü belirleme yöntemleri test yöntemleri ve robust kestirim yöntemleri olmak üzere ikiye ayrılabilir. Her iki durumda da gereğinden fazla sayıda gözlem yapılmış olması gerekir. Yani serbestlik derecesi pozitif olmalıdır. Sadece redundans sayıları sıfırdan büyük olan gözlemler kontrol edilebilir. Bu sayılar güvenilirlik ve robustluk analizi açısından da kilit öneme sahiptir [25].

Jeodezik ölçüler deterministik ve stokastik bölümlerden oluşur ve

$$l_i = l_{d_i} + l_{s_i} \quad (6.1)$$

formülü ile tanımlanır. Burada l_i ölçüyü, l_{d_i} ölçünün deterministik kesimi ve l_{s_i} ölçünün stokastik kısmını tanımlamaktadır. Stokastik kısım rastgele hatalar olarak tanımlanabilir. Uyuşumsuz ölçü ise

$$\bar{l}_1 = l_{d_i} + \delta l_i \quad (6.2)$$

formülü ile tanımlanır. Burada \bar{l}_1 uyuşumsuz ölçüyü ve δl_i ise ilgili ölçüdeki uyuşumsuzluğa neden olan kaba hatayı tanımlamaktadır [25].

Gözlemlerin stokastik özelliklerine ilişkin bazı varsayımlara dayalı olarak belli bir sınır değeri kapsayan istatistiksel test kurallarını aşan düzeltmeler uyuşumsuz (outlier, aykırı değer) olarak tanımlanmaktadır.

Uyuşumsuz ölçü testleri sonucunda bir ölçünün testi geçmesi bizi hemen yanıltmamalıdır. Diğer bir deyişle acele karar verilmemeli ve bir ölçünün kabul edilmesi veya reddedilmesi için yeterli inceleme yapılmalıdır. Çünkü bir ölçüdeki kaba hata diğerlerini de etkileyebilmekte ve bu durum sağlıklı bir uyuşumsuz ölçü analizini güçleştirmektedir. Jeodezi’de yaygın bir şekilde kullanılan uyuşumsuz ölçü testleri Pope ve Baarda’nın test yöntemleridir [25].

6.1 Test Yöntemleri

6.1.1 POPE yöntemi

Tau testi de denen bu yöntem Pope tarafından 1976 yılında geliştirilmiştir [30]. Birim ağırlıklı ölçünün soncul yani gözlemlere dayalı varyansının bilinmesini gerektirir. Test istatistiği

$$\tau_i = \frac{v_i}{\hat{\sigma}_{v_i}} = \frac{v_i}{\hat{\sigma}_0 \sqrt{q_{\hat{v}_i}}} \quad (6.3)$$

eşitliği ile elde edilir. Burada v_i ; i . ölçünün düzeltilmesi, $\hat{\sigma}_{v_i}$; i . ölçünün düzeltilmesinin standart sapması, ve $\hat{\sigma}_0$ soncul standart sapma değeridir. $q_{\hat{v}_i}$ ise $Q_{\hat{v}} = P^{-1} - A(N)^{-1}A^T$ şeklinde verilen düzeltmelerin kofaktör matrisinin i . ölçüye karşılık gelen köşegen elemanıdır. Serbestlik derecesi sonsuzluğa gittikçe Tau dağılımı t dağılımına yakınsar [27].

Eğer bir ölçü (l_i) için $|\tau_i| > \tau_{\alpha/2}$ ise o ölçü şüpheli ölçü durumuna gelir. f serbestlik derecesi olmak üzere eşik değer

$$\tau_{\alpha/2}(f) = \frac{\sqrt{f}t_{\alpha/2}(f-1)}{\sqrt{f-1+t_{\alpha/2}^2(f-1)}} \quad (6.4)$$

eşitliği ile t dağılımından yararlanarak elde edilir [27].

Baarda'nın data snooping metodu gibi Pope testinde de bir defada en fazla bir ölçünün uyuşumsuz olduğuna karar verilebilir, yöntem iteratif bir şekilde uygulanır, her iterasyonda düzeltilmesi maksimum olan ölçüye odaklanır. Ayrıca uyuşumsuz olan ölçü, ölçü kümesinden atılır ve mümkünse yenilenir. Aksi takdirde eğer ağın geometrisi yetersizse ağda şekil defekti oluşabilir [27].

6.1.2 BAARDA test yöntemleri

6.1.2.1 Data snooping yöntemi

Baarda testi, Pope testi gibi jeodezik ağda uygulanabilir. Burada dikkat edilmesi gereken husus Baarda'nın data snooping yönteminde öncül varyans faktörünün (σ_0^2) kullanılmasıdır. Genellikle bu değer 1 olarak alınır. Test istatistiği

$$w_i = \frac{v_i}{\sigma_{v_i}} = \frac{v_i}{\sigma_{l_i}\sqrt{r_i}} \quad (6.5)$$

eşitliği ile elde edilir. Lokal test olan data snooping için α_0 genellikle 0.001 önerildiği için eşik değer 3.29 olur. Bu durumda $|w_i| > 3.29$ olan ölçü uyuşumsuz olabileceği için şüphe edilmelidir [27].

6.1.2.2 Global test yöntemi

Baarda'nın data snooping testinden önce Global test uygulanmalıdır. Global test, Pope testinden önce de uygulanabilir. Global test (χ^2) EKKY ile dengeleme yapıldıktan sonra elde edilen soncul varyans değerinin istatistiksel olarak öncül varyans ile eşit olup olmadığını test etmek için yapılır. Global test geçilemezse model hatası olduğu düşünülür. Önce stokastik sonra fonksiyonel model incelenir. Eğer model hatası yoksa uyumsuz ölçü testi (Baarda'nın data snooping yöntemi) uygulanır.

Global test;

$$H_0 : \hat{\sigma}_0^2 = \sigma_0^2$$

$$H_a : \hat{\sigma}_0^2 \neq \sigma_0^2$$

Test istatistiği:

$$\chi^2 = \frac{(n - u) \hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2}$$

$\chi^2 > \chi_{\alpha/2}^2$ ise H_0 hipotezi reddedilir yani model hatası veya uyumsuz ölçü vardır. Aksi takdirde dengeleme sonuçları kabul edilebilir [26].

6.2 Robust Kestirim Yöntemleri

Jeodezik ağlarda temel amaç sistematik ve kaba hatalardan arındırılmış, sadece rastgele hataları barındıran ölçüleri kullanarak EKKY ile dengeleme yapmaktır. Fakat uygun ölçü prosedürleri izlenmesine rağmen ölçülerde kaba hatalar kaçınılmazdır. Uyumsuz ölçülere karşı kullanılan yaklaşımlar istatistik test yöntemleri ve robust yöntemlerdir [31].

İstatistik literatüründe robustluk, uyumsuz ölçülere karşı duyarsızlık olarak tanımlanır. Ölçümler yapıldıktan sonra EKKY ile dengelenir. Fakat EKKY robust bir yöntem olmadığı için ölçülerde kaba hata veya hatalar olduğunda yanlış sonuçlar verir. Sadece bir tane kaba hatalı ölçü olsa bile durum değişmez yani EKKY parametre kestiriminde başarısız olur. Diğer taraftan ölçü kümesinde uyumsuz ölçüler olduğu

zaman robust kestirim yöntemleri EKKY'nden daha iyi sonuçlar verir. Robust kestirimlerden en yaygın olanları M-Kestirim yöntemleridir. Bu noktada Huber, Hampel, Andrews ve Beaton- Tukey'in ağırlık fonksiyonları yaygın olarak kullanılır. Ayrıca Danimarka ve L_1 norm yöntemleri sık kullanılan diğer robust yöntemlerdir. Test yöntemleri ile uyumsuz ölçü araştırması yaparken iyi olan bir ölçü kötü, kötü olan bir ölçü (kaba hatalı veya uyumsuz ölçü) ise iyi ölçü gibi değerlendirilebilir. Köşegen elemanları kısmi redundans sayıları olan redundans matrisinin köşegen olmayan elemanlarının sıfırdan farklı olmasının olumsuz etkileri olur. Oluşan bu olumsuz etkiler sırasıyla batma etkisi ve gizlenme etkisi olarak adlandırılmaktadır. Bu yüzden EKKY tüm ölçü kümesinde yapıldığı için EKKY'nin yayma etkisi adı verilir. Bir ölçüdeki hata diğerlerini de etkilemektedir. EKKY'nin belki en önemli dezavantajlarından birisi budur. Optimizasyon bilimi açısından bakıldığında sorun EKKY'nin lokal bir optimizasyon tekniği olmasıdır. Bu nedenle düzeltmeleri kullanarak yapılan uyumsuz ölçü belirleme stratejileri hatta bazı robust yöntemler bile başarılı olamayabilir. Bundan dolayı yüksek kırılma noktalı robust kestiricilerin global optimizasyon teknikleriyle uygulanmalıdır [32, 33, 34].

Robust istatistik yöntemlerdeki temel amaç ölçüler arasında uyumsuz ölçülerin etkisini azaltmak hatta yok etmektir. Aynı zamanda otomatik olarak uyumsuz ölçülerde belirlenmiş olmaktadır. Robust yöntemlerle bir ölçüdeki kaba hatanın o ölçünün düzeltilmesine mümkün olduğunca tam yansımaları gerekmektedir. Ancak robust yöntemler her zaman başarılı olmamaktadır. Özellikle jeodezik ağlar için gerekli olan stokastik model, yöntemlerin başarısı üzerinde önemli bir etkiye sahiptir [35, 12].

6.2.1 Robust M-kestirim yöntemi

En küçük kareler yöntemi her zaman ölçüye ait düzeltmelerin kareleri ile ağırlıkların çarpımının toplamını minimum yapmayı amaçlar ve amaç fonksiyonu

$$\sum_{i=1}^n p_i v_i^2 = \min \quad (6.6)$$

olarak verilir. Burada ölçüye ait p_i ağırlık, v_i düzeltmesidir. Yani EKKY ağırlıklı düzeltmelerin kareleri toplamının minimum yapılması suretiyle parametrelerin kestirildiği bir optimizasyon problemidir [25].

EKKY kullanıldığında en iyi optimal çözümü elde edebilmek için ölçülerdeki kaba hatalar giderildikten sonra kestirim yapılmalıdır. Uyuşumsuz ölçüleri belirlemek için istatistiksel test yöntemleri olan Baarda, Pope (τ) veya Student testleri yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu test yöntemleri genellikle ölçü kümeleri içerisinde sadece bir tane kaba hatalı ölçü olduğu durumlarda nihai sonuca ulaşırlar. En fazla bir tane uyuşumsuz ölçü olduğu varsayılarak bu yöntemler uygulanmaktadır. İteratif uygulanan bu testler her bir iterasyonda doğal olarak sadece bir tane ölçünün uyuşumsuz olduğuna karar verebilirler. Test sonucunda belirlenmiş uyuşumsuz ölçü kümeden atılır ve kalan ölçüler EKKY ile tekrar dengeleme yapılır. Fakat EKKY hataları tüm ölçüler üzerine yayma etkisi yaptığı için test yöntemleri uygulandığında uyuşumsuz bir ölçü iyi ölçü veya tam tersi kötü ölçü iyi olarak çıkabilmektedir [25].

Uyuşumsuz ölçülere karşı bir diğer araç uyuşumsuz ölçü belirleme kadar parametre kestirimi yöntemi olan robust tekniklerdir. Bu yöntemlerdeki amaç uyuşumsuz ölçümlerin parametre kestirimlerindeki etkilerini azaltmak ya da yok etmektir. Robust yöntemler EKKY'den farklı olarak düzeltmelerin amaç fonksiyonlarını farklılaştırarak etkilerini minimuma indirmeye çalışırlar. Kullanılan amaç fonksiyonları belli bir aralığın dışında kalan ölçü düzeltmelerinin etkisini, kullanılacak olan robust yöntemin ağırlık fonksiyonu ile bağlantılı olarak azaltmakta veya sıfır yapmaktadır. Bu durumda bazı ölçülerin etkisi yok edilirken bazılarınınki azaltılmakta ve bazılarınınkiyse değiştirilmektedir. Bu üç durumdan sadece sonuncusu uyuşumsuz olmadığına inanılan ölçülerdir. Diğerlerinden ilki uyuşumsuz olduklarına kesin gözüyle bakılan ölçüler ikincisi ise şüpheli ölçülerdir. Şüpheli ölçülerin etkisi azaltılır tamamen yok edilemez [25].

Maksimum olasılıklı kestirim yönteminin geliştirilmesi ile oluşan M-kestiricilerin amaç fonksiyonu

$$M = \sum_{i=1}^n \rho(v_i) = \min \quad (6.7)$$

olarak verilir [36]. Burada $p(v)$ kayıp fonksiyonu ya da amaç fonksiyonudur. Bu fonksiyon düzeltmelere göre türevi alınarak

$$\frac{\partial p(v_i)}{\partial v_i} = \psi(v_i) \quad (6.8)$$

etki fonksiyonu elde edilir.

Etki fonksiyonu bir kestirim yönteminde ölçü düzeltmelerinin büyüklüğü ile ölçülerin parametre kestirimlerindeki etkileri arasındaki ilişkiyi ifade eder. Örneğin EKKY'nin etki fonksiyonuna göre ölçülerin düzeltmeleri arttıkça bu ölçülerin sonuçlar üzerindeki etkisi de aynı şekilde artmaktadır. Bir ölçü de kaba hata yapılması durumunda o ölçünün düzeltme değeri artacağı için EKKY'nde uyumsuz ölçülerin etkisi diğer ölçülere göre daha fazla olduğu söylenebilir. Robust yöntemlerde ise etkisi varsayılan sınırı aşan bir ölçüde o ölçünün ağırlığı değiştirilerek azaltılmaktadır [24].

Denklem 6.7'nin bilinmeyenlere göre türevi alınıp sıfıra eşitlenirse

$$\frac{\partial M}{\partial x_j} = \sum_{i=1}^n \psi(v_i) \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = 0 \quad (6.9)$$

veya

$$\sum_{i=1}^n \psi(v_i) a_{ij} = 0 \quad (6.10)$$

matrislerle;

$$A^T \Psi(v) = A^T \psi(A\hat{x} - l) = 0 \quad (6.11)$$

yazılabilir [36].

Robust kestirim yöntemlerinin etki fonksiyonu ölçü düzeltmelerine bölünerek ağırlık fonksiyonu elde edilebilir.

$$W = W(v) = \frac{\psi(v)}{v} = \frac{\psi(Ax-l)}{(Ax-l)} \quad (6.12)$$

$$A^T W(v) = A^T W(Ax - l) = 0 \quad (6.12a)$$

Bilinmeyenler için

$$\hat{x} = (A^T W A)^{-1} A^T W l \quad (6.13)$$

yazılabilir.

Robust yöntemlerle bilinmeyenlerin çözümü için yaygın kullanılan algoritma iteratif ağırlıklandırılmalı EKKY'dir. Buna göre M-kestirim yöntemlerinin çözüm algoritması

$$W_k = \text{diag}(W_1^{(k)}, \dots, W_n^{(k)}) \quad (6.14)$$

olarak verilir. Burada k iterasyon sayısı, n ölçü sayısı, $w_i^{(k)}$ seçilen ağırlık fonksiyonu, w_k yeni ağırlık matrisi, \bar{w}_k ise eşdeğer ağırlık matrisidir [12].

M-kestirim yöntemlerinde ilk önce klasik EKKY ile dengeleme yapılır. Dengeleme sonucunda bulunan düzeltmelerle seçilen ağırlık fonksiyonuna göre yeni ağırlıklar belirlenir. Yeni ağırlıklarla tekrar en küçük kareler dengelemesi yapılır. Bu işlem sonucunda ardışık çözümler arasındaki farklar belli bir değerden küçük olana kadar işlem iteratif olarak tekrarlanır.

Jeodezide yaygın olarak kullanılan diğer bir robust yöntem Danimarka yönteminde amaç fonksiyonu;

$$\sum(pv^2)_t \rightarrow \min \quad (6.15)$$

olmak üzere ağırlık fonksiyonu;

$$W(v_t) = \begin{cases} 1 & \frac{|v_i|\sqrt{p_0}}{s_0} < C \\ \exp & \frac{|v_i|\sqrt{p_0}}{s_0} \geq C \end{cases} \quad (6.16)$$

c sabiti genelde 3 olarak alınır. t, iterasyon sayısıdır. Buna göre iteratif ağırlıklar

$$p_{t+1} = p_t W(v_t), \quad t = 0, 1, 2, \dots \quad (6.17)$$

olarak elde edilir [37].

Tablo 6.1'de yaygın olarak kullanılan M-kestirim yöntemlerinin ağırlık fonksiyonları \hat{v}_i standartlandırılmış düzeltmeler olarak verilmiştir. Tabloda verilen kritik değerler genellikle istatikçiler tarafından belirlenmiştir. Kritik değer A katsayılar matrisi, α yanılma olasılığı ve önsel ağırlıklı varyansın kareköküne bağlı olarak

$$c_i = \sigma_0 \sqrt{Q_{v_i v_i t(1-\alpha/2), f}} \quad (6.18)$$

eşitliği ile belirlenir [36].

Tablo 6.1 Yaygın olarak kullanılan M-Kestirim yöntemleri [25].

M-Kestirimi	Ağırlık Fonksiyonu	Kritik Değer (c)
Huber	$W(\tilde{V}_i) = \begin{cases} 1 & V_i \leq c \\ \frac{c}{ V_i } & V_i > c \end{cases}$	c=1,5
Hampel	$W(\tilde{V}_i) = \begin{cases} 1 & V_i \leq a \\ \frac{a}{ V_i } & a < V_i \leq b \\ \frac{a(c- V_i)}{(c-b) V_i } & b < V_i \leq c \\ 0 & V_i > c \end{cases}$	a=1,7, b=3,4, c=8,5
Andrews	$W(\tilde{V}_i) = \begin{cases} \frac{c}{ V_i } \sin \frac{ V_i }{c} & V_i \leq c\pi \\ 0 & V_i > c\pi \end{cases}$	c=1,5
Ramsay	$W(\tilde{V}_i) = \exp^{-c \tilde{V}_i }$	c=0,30
Beaton- Tukey	$W(\tilde{V}_i) = \begin{cases} (1 - (\frac{V_i}{c})^2)^2 & V_i \leq c \\ 0 & V_i > c \end{cases}$	c=1,5 veya 2

Leick (2004)'de $k + 1$ iterasyonu için yeni ağırlıkların belirlenmesinde denklem 6.19'da basit stratejinin uygulanması önerilmiştir:

$$p_{k+1,i} = p_{k,i} \begin{cases} e^{-|v_{k,i}|/3\sigma_i} & |v_{k,i}| > 3\sigma_i \\ 1 & |v_{k,i}| \leq 3\sigma_i \end{cases} \quad (6.19)$$

Burada σ_i i . ölçünün standard sapmasıdır. Bu yöntem robust bir yöntemdir [38].

6.2.2 L_1 Norm yöntemi

L_1 norm yöntemi jeodezik ağlarda uyuşumsuz ölçüleri belirlemek için kullanılan bir robust kestirim tekniğidir. L_1 norm yöntemi ile dengeleme simpleks yöntemiyle çözülebilen bir lineer programlama problemidir. Literatürde L_2 norm minimizasyon yöntemi olarak da bilinen EKKY’nde düzeltmelerin kareleri toplamı minimum yapılır. Ölçülerde kaba hata yapılması durumunda EKKY iyi sonuçlar vermez. Bu yüzden kaba hatalı ölçülerin robust kestirimlerle belirlenip elimine edilerek EKKY ile tekrar dengeleme yapılmalıdır. Bu noktada kullanılacak robust tekniklerden biri de ağırlıklı düzeltmelerin L_1 normunun minimizasyonudur. L_1 norm yönteminde düzeltmelerin mutlak değerlerinin toplamı sıfır yapılır. Ayrıca M- kestirim ve Danimarka metodu gibi birçok robust tekniğin aksine L_1 norm minimizasyonu tekrarlı olarak yeniden ağırlıklandırılmış en küçük kareler algoritmasına dayanmaktadır [25].

$$p^T |v| = \sum_{i=1}^n p_i |v_i| \rightarrow \min \quad (6.20)$$

Ağırlıklı düzeltmelerin toplamının minimum yapıldığı L_1 norm dengelemesi EKKY gibi kayıtsız bir kestirim sağlar. Fakat EKKY’nin minimum varyans ve maksimum olasılık gibi avantajlarını sağlamaz. Bu yüzden L_1 norm minimizasyonu EKKY’ne göre daha robusttur. Yani uyuşumsuzlara daha az hassastır. L_1 dengelemesinin avantajı uyuşumsuz ölçülere karşı robust olmasıdır [8].

Literatürde en yaygın robust teknikleri bağımsız gözlem tahminlerine bağlıdır. Bu yüzden onlar korelasyonlu ölçüler için uygun değildir. Korelasyonlu ölçüler GPS ağları gibi jeodezik ağlarda da çok sık karşılaşılır. Bu da ölçüler arasındaki korelasyonun dikkatli bir şekilde robust kestirim parametrelerinde hesaba katılmalıdır [25].

6.2.3 BIBER kestirici

BIBER (Bounded Influence By standardized Residuals) kestirici jeodezik ağların dengelemesi için geliştirilen bir robust kestirim yöntemidir [39]. Kısmi redundans sayısı küçük olan bir ölçü, küçük kaba hata barındırıyorsa bunun belirlenmesi çok zordur. Bunun ölçüdeki kaba hata kestirim sonuçları üzerinde olumsuz etkisi olabilir. Bu olay ölçüde kaldıraç noktası olarak tanımlanır. BIBER kestirici EKKY’ne benzer bir kayıp fonksiyona sahiptir. Ölçü kümelerinde uyuşumsuz ölçü olmadığı zaman

BIBER kestirici EKKY ile aynı sonuçları verir. Eğer uyuşumsuz ölçü varsa standartlaştırılmış düzeltmelerle uyuşumsuz ölçülerin etkisini sınırlandıran bir algoritmaya sahiptir. Ayrıca BIBER kestirici kaldıraç noktalarına karşı etkilidir [25].

BIBER kestiricisinde düzeltmelerin standart sapmaları σ_v dikkate alınarak kestiricinin kaldıraç noktalarındaki kaba hatalara karşı duyarlı olması sağlanmaktadır. Bu kestiricide ağın geometrik tasarımı yani kısmi redundans sayıları hesaba katılmaktadır. Düzeltmeler için değişken sınır değeri

$$k_i = c\sigma_{v_i} = c\sigma_v\sqrt{r_i} \quad (6.21)$$

formülü ile hesaplanır. BIBER kestiricide her bir ölçü için k_i sınır değeri, kısmi redundans sayılarının bir fonksiyonu olarak elde edilir. Bu yüzden kestiricinin ayırım kapasitesi artmaktadır [25].

Robust yöntemlerle ilgili olarak dikkat edilmesi gereken bir diğer husus gözlemler arasındaki korelasyonun dikkate alınması durumudur. Özellikle uydu teknolojisinin gelişmesiyle beraber jeodezi biliminde kullanımı artan GPS ölçme tekniği ile ölçülen ağların dengelenmesi yapılırken bazlar ve/veya baz vektör bileşenleri arasındaki korelasyonların dikkate alınması gerekir. Bu nedenele korelasyonlu gözlemlere uygun robust yöntemlerin uygulanması gerekir. Bunun için Yang ve ark. (2002) [11]'de ele alınan bifaktör eşdeğer ağırlıklara dayalı robust yöntem ile Yetkin ve Berber (2013) [32]'de ele alınan işaret zorlamalı robust en küçük kareler kestiricisinin uygulamalarına bakılabilir.

7. GLOBAL TEST (GOODNESS OF FIT, χ^2) VE DATA SNOOPING

Büyük değerli kaba hatalar uygun ölçü prosedürleri takip edilerek ve en küçük kareler dengelemesi yapılarak belirlenmiş ve elimine edilmiş bile olsa ölçüler kaba hatayı yine barındırmaktadır. Bu kaba hataları belirlemek ve elimine etmek için Baarda (1968) tarafından geliştirilen ve istatistiksel testler olan global test, data snooping testleri ve tau-test'i kullanılır. Ayrıca ölçülerin doğruluğu iyi biliniyor olmalıdır. Aksi takdirde global test ve data snooping hiçbir anlam taşımaz ve sonraki test yaklaşımı olan tau-test'i kullanılır [27].

Baarda ilk olarak seçilmiş öncül varyans ile ağ dengelemesi sonucu soncul varyans arasındaki uyumluluğu inceleyen ve kaba hatanın sınır değerlerini belirlemek için global testi kullanmıştır. Global test ağın fonksiyonel ve stokastik modeli hakkında bilgi verdiği için çok önemlidir. Global test genellikle başarısız oluyorsa ya fonksiyonel ve stokastik modelde ya da kaba hatanın varlığından kaynaklı olabilir. Bu yüzden global test hatalıysa ilk olarak stokastik model incelenmelidir. Global test yine hatalıysa ölçülerde kaba hata vardır. Bu durumda global test ölçülerdeki kaba hatayı birebir belirleyemediği için sınır değerleri içerisinde olan her ölçüye tek tek data snooping testi uygulanarak kaba hatanın olduğu ölçü tespit edilir [27].

Dengelemede kullanılan EKKY, dengelemeye giren tüm noktalara hataları eşit olarak dağıttığı için büyük miktarda kaba hataları giderir. Uyuşumsuz ölçüler ile ilişkili olan ölçümlerin tümü veya bir kısmının işaretlenmesi kaba hatanın büyüklüğüne bağlı olabilir. Bu durumda kaba hataları ortadan kaldırmak çok zor olduğu için kaba hatalar verilerin tamamına dağıtılabılır. Bu durumda data snooping tekniği kaba hataları nokta nokta ayıramaz ama hangisinin daha büyük olduğunu belirleyebilir [40].

Data snooping önemli hataları başarılı bir şekilde belirleyebilir. Global test geçilmiş bile olsa uyuşumsuz ölçüler ölçülerin kareleri toplamında gizli kalmış olabilir. Bu yüzden global test geçilmiş bile olsa data snooping testi yine uygulanmalıdır. Bu durumda ölçülerin doğruluğu yeterince bilinmiyorsa varyans faktörlerinin etkisini global test anlamlandıramaz. Bu durumda Baarda'nın yerini tau-testi alır.

Global testin hatalı olması H_0 hipotezinin geçersizliği anlamına gelir ve geri kalan ölçüler data snooping tarafından yapılır. Bunun içinde öncül varyans bilinmelidir. Öncül varyans ağırlıkların birleşim varyansıdır ve genellikle σ_0 bire eşittir. Bu da ağırlık matrisinin gözlemlerin varyans kovaryans matrisinin inversine eşit olur. Eğer global test hatalıysa ve kaba hata miktarları fazla çıkıyorsa alternatif H_a , ya hipotez test için ya da ölçülerde kaba hata yoktur diyerek data snooping testi uygulanır.

En küçük kareler dengelemesi sonucunda elde edilen soncul varyans ile öncül varyansın istatistiksel olarak eşitliğinin test edilmesi global test (χ^2) ile olur [26].

χ^2 testi iki türdür;

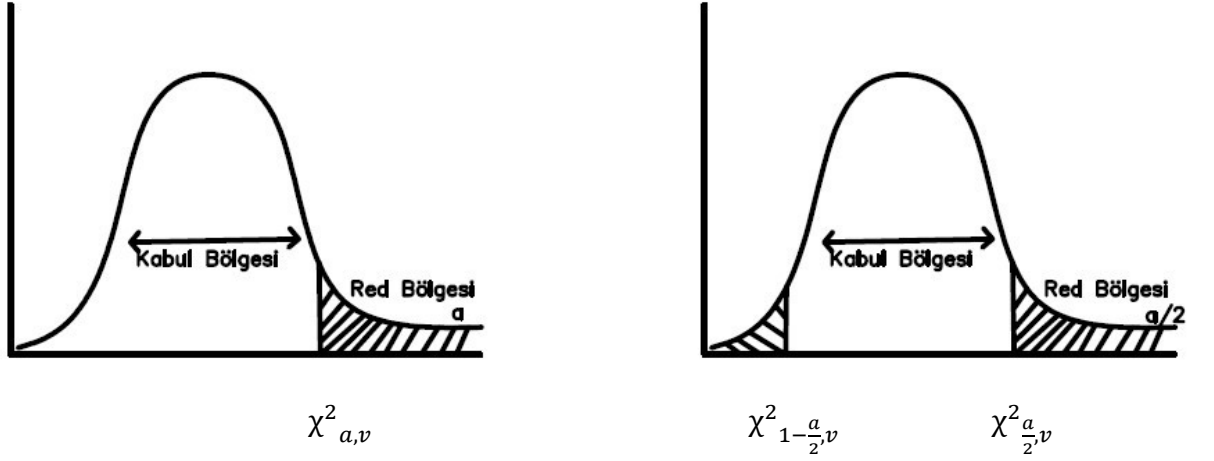
$$H_0 = S^2 = 1$$

$$H_a = S^2 \neq 1$$

Test istatistiği $\chi^2 = \frac{S^2}{\sigma^2}$ 'dir.

	Birinci test	İkinci test
Sıfır Hipotezi:	$H_0: S^2 = \sigma^2$	$H_0: S^2 = \sigma^2$
Alternatif Hipotez:	$H_a: S^2 > \sigma^2$ (yada $H_0: S^2 < \sigma^2$)	$H_0: S^2 \neq \sigma^2$

H_0 hipotezinin red bölgesi $\chi^2 > \chi^2_a$ (yada $\chi^2 < \chi^2_{1-a/2}$ yada $\chi^2 > \chi^2_{a/2}$
 $\chi^2 < \chi^2_{1-a}$)



Şekil 7.1 Hipotez sınır bölgeleri [26].

Sıfır hipotezi hesaplanan $\chi^2_{1-a/2}$ değerden küçük ya da $\chi^2_{a/2}$ den daha büyük olduğu zaman hipotez reddedilir [26].

Ağ dengelemesinden sonra bazı istatistiksel testler ve sınır değerlerin dışında kalan ölçüler bilinmesine rağmen kaba hatalar vektörü (∇l) olmaz. Bu da ölçülerde yanlış sonuçlara sebep olur. Bu yüzden H_0 hipotezi geçersizse ölçülerdeki kaba hatanın varlığından dolayıdır ve H_a hipotezinin doğruluğunu gösterir. Bu da ölçülerdeki kaba hatanın belirlenmesi ve ortadan kaldırılmasında çok önemlidir. Fakat H_a alternatif hipotezi, kaba hatalar vektörü tüm modeli verdiği için her bir ölçü hakkında herhangi bir bilgi vermez [26].

8. ÜÇ BOYUTLU AĞ DENGELEMESİ

Üç boyutlu ağ dengelemesi, yersel ve GPS ağlarının dengelenmesi olarak iki ayrı başlık altında yapılır. Oluşturulan bir jeodezik ağın yersel ölçümler yardımı ile datum tanımlamaları yapılır ve bu ölçülerin her biri için düzeltme denklemleri oluşturulur. Bu denklemlerden ağırlıklandırılmış doğrusallaştırma denklemleri oluşturulur. Elektronik uzunluk ölçer (EUÖ) ile ölçülmüş yersel bir jeodezik ağdaki noktalar düzeltmeler sonucunda değer indirgemeleri yapılır. İndirgenmiş bu değerler dengeleme hesabındaki düzeltme denklemlerinde yer alırlar. Her bir ölçü değeri için ağırlıkları, standart sapmaları ve yalın terimler değerleri hesaplanır ve ağın dengelenmesi için istenilen dengeleme türü seçilerek dengeleme işlemi yapılır.

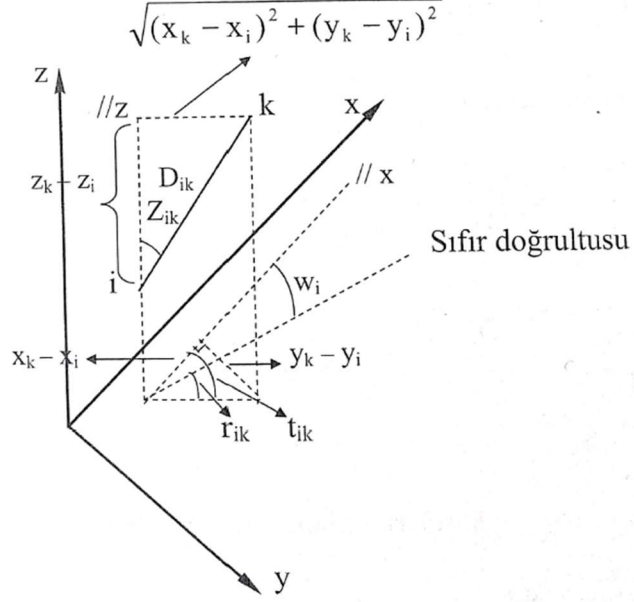
GPS ağlarında ise GPS ile nokta konumlarını belirlemek için WGS84 elipsoidine ilişkin bir koordinat sistemi belirlenir (X, Y, Z). Oluşturulan jeodezik ağda herbir noktada eş zamanlı olarak GPS alıcıları ile uzayda belirli yörüngelere yerleştirilmiş uydulardan gönderilen sinyaller her nokta için kaydedilir. Uydudan gönderilen sinyalin alıcıya varışı için geçen süre veya sinyaldeki faz kayıklığı bilgisi, alıcı ile sinyalin çıktığı anda koordinatı bilinen uydu arasındaki uzaklığın hesaplanabilmesi için kullanılır. Bunlara sırasıyla kod ölçüm yöntemi ve faz kayıklığı ölçü yöntemi denilir.

Kod ölçü yöntemi ile nokta konumunun belirlenebilmesi için ağdaki kurulu her noktanın en az dört uydudan sinyal alması gerekmektedir. Faz kayıklığı ölçümünde ise ağda eş zamanlı kayıt yapan alıcılara uydulardan gönderilen eş zamanlı sinyallerin faz kayıklıkları ve bunların çeşitli farklılıklarından oluşan değerler kullanılır. Bu yöntem ile alıcılar arasındaki baz bileşenleri belirlenmiş olur.

8.1 Yersel Ölçümler İle Ağ Dengelemesi

Şekil 8.1’de (x, y, z) koordinat sisteminde tanımlanmış jeodezik bir ağın dengelemesi için her ölçünün doğrusallaştırılmış düzeltme denklemlerini içermektedir. Üç boyutlu bir ağda dengelemesi yapılacak noktalarda ölçülen değerler yatay doğrultular, düşey açılar ve eğik uzunluklar olmak üzere üç farklı ölçüm gerekmektedir. Bu ölçümlerin her biri kendi içerisinde düzeltme denklemleri oluşturulur. Düzeltme denklemlerinin

oluşturulabilmesi için her bir ölçünün doğrusallaştırılması gerekmektedir. Bu işlemler sonucu elde edilen düzeltme denklemleri, dengeli ölçümler yardımı ile ağıdaki noktaların bilinmeyen üç boyutlu koordinatları arasındaki ilişkileri göstermektedir [28].



Şekil 8.1 Üç boyutlu yersel ölçüm uzayı [28].

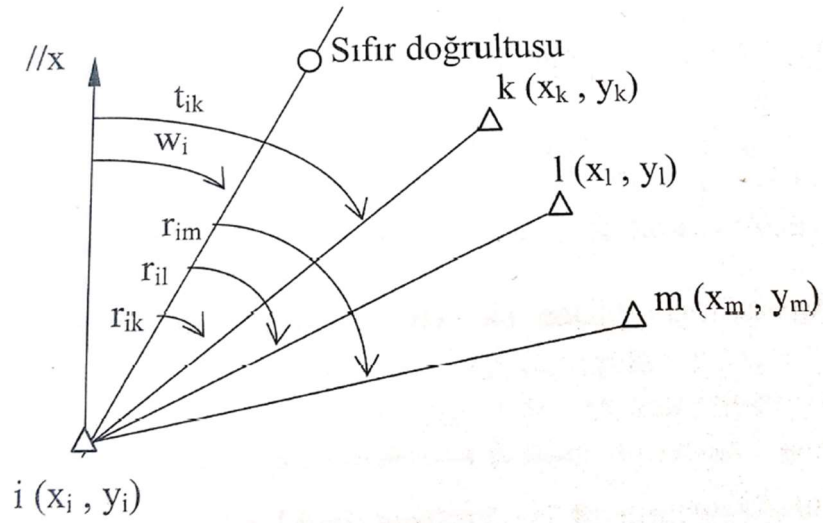
Şekil 8.1'de görüldüğü üzere yatay doğrultu r_{ik} , düşey açı Z_{ik} , eğik uzunluk D_{ik} , açıklık açısı t_{ik} ve yöneltme açısı w_i olarak tanımlanan üç boyutlu yersel ölçüm modeli olarak belirtilmiştir.

8.1.1 Yatay doğrultuların düzeltme denklemleri

Şekil 8.2’de doğrultu ölçüsü yapılan nokta üzerindeki yöneltme bilinmeyi w_i , doğrultu ölçüsü r_{ik} ve bu ölçünün düzeltme değeri v_{ik} olarak tanımlanır ve

$$t_{ik} = r_{ik} + v_{ik} + w_i = \arctan \frac{y_k - y_i}{x_k - x_i} \quad (8.1)$$

düzeltilme denklemleri elde edilir.



Şekil 8.2 Yatay doğrultu ölçüleri [28].

Düzeltilme denkleminin Taylor serisine göre açılarak doğrusallaştırma yapılırsa;

$$S_{iko} = \sqrt{(x_{ko} - x_{io})^2 + (y_{ko} - y_{io})^2} \quad (8.2)$$

$$t_{ik} = \arctan \frac{y_{ko} - y_{io}}{x_{ko} - x_{io}} \quad (8.3)$$

$$a_{r_{ik}} = -\frac{y_{ko} - y_{io}}{S_{ik}^2} \rho = -\frac{\sin t_{ik}}{S_{ik}} \rho \quad (8.4)$$

$$b_{r_{ik}} = \frac{x_{ko} - x_{io}}{S_{ik}^2} \rho = \frac{\cos t_{iko}}{S_{iko}} \rho \quad (8.5)$$

$$-l_{r_{ik}} = t_{ik} - r_{ik} - w_{io} \quad (8.6)$$

formülleri ile hesaplanır ve doğrultu katsayılarının (a_r ve b_r) birimleri mgon/ cm olmalıdır.

Hesaplanan doğrusallaşmış değerler her nokta için düzeltme denklemini oluşturur.

Düzeltilme denklemi

$$v_{r_{ik}} = -a_{r_{ik}} \delta x_i - b_{r_{ik}} \delta y_i + a_{r_{ik}} \delta x_k + b_{r_{ik}} \delta y_k - \delta w_i - l_{r_{ik}} \quad (8.7)$$

formülü ile durulan her noktadan ölçüm yaptığı diğer noktalar için ayrı ayrı hesaplanır.

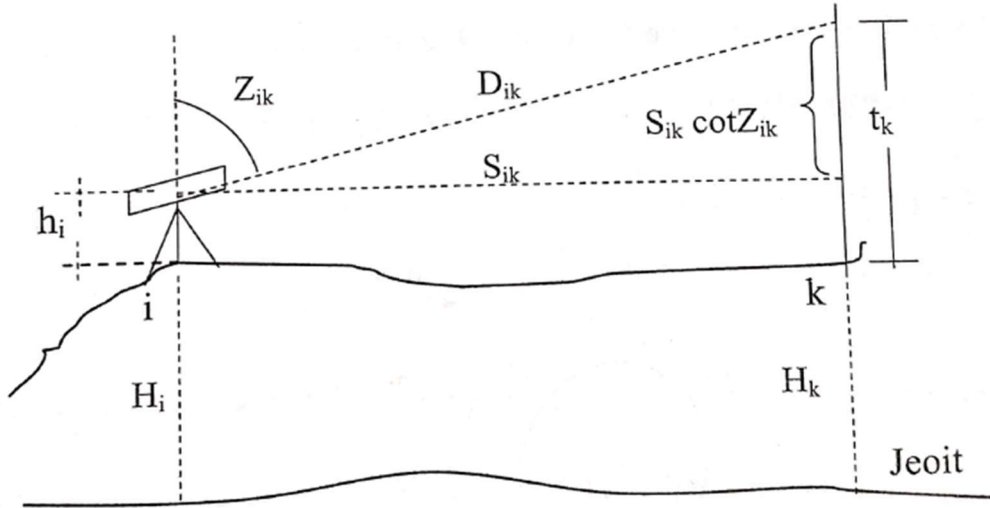
Bu doğrusallaştırma işlemi sırasında noktalara ait koordinatların 'o' alt tanımlı değerleri her noktanın yaklaşık koordinatlarının X, Y ve Z değerlerinin ortalaması alınıp yaklaşık değerlerden çıkarılan indirgenmiş koordinatlar hesaba dahil edilir [28].

8.1.2 Düşey açılar düzeltme denklemleri

Şekil 8.3'te verilen bir ağdaki noktadan noktaya ölçülen düşey açının doğrusal olmayan düzeltme denklemleri

$$\bar{Z}_{ik} = Z_{ik} + v_{Z_{ik}} = \arctan \frac{\sqrt{(x_k - x_i)^2 + (y_k - y_i)^2}}{z_k - z_i} \quad (8.8)$$

formülü ile hesaplanır. Burada Z'_{ik} düşey açı ölçüsü, ölçülen düşey açı ölçütüdür.

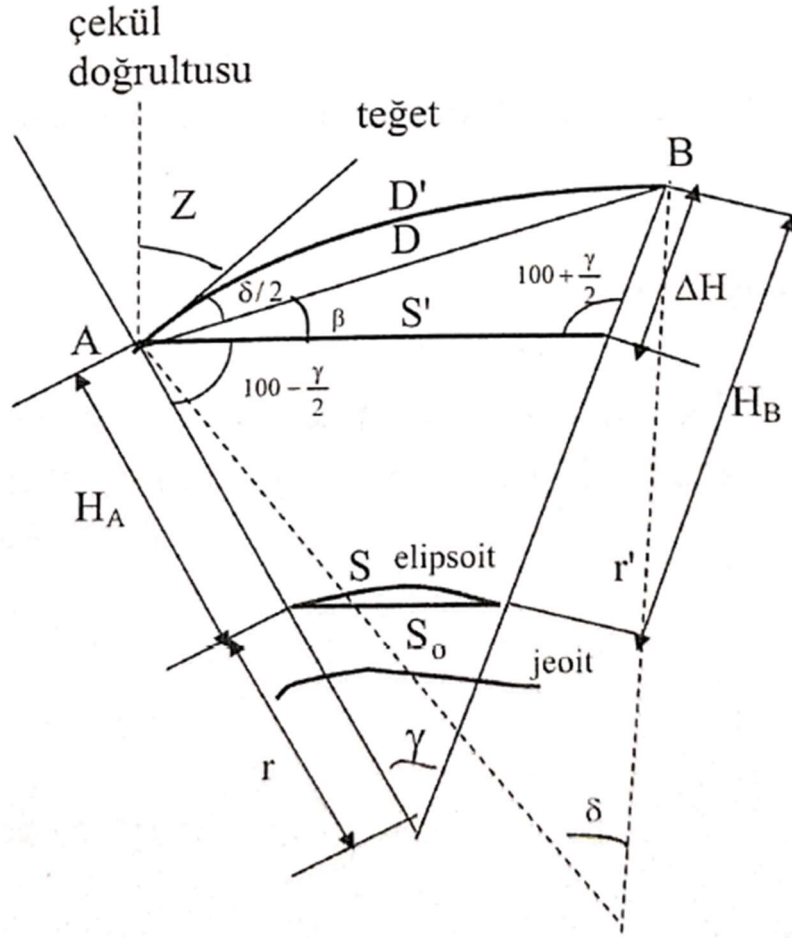


Şekil 8.3 Düşey açı ölçülendirmesi [28].

Ölçülen açı

$$Z_{ik} = Z'_{ik} + \delta \quad (8.9)$$

formülü ile Şekil 8.4'teki gibi kırılma etkisinden arındırılmış asıl ölçünün değerini alır.



Şekil 8.4 Işın kırılması [28].

Şekil 8.4'te A noktası i. nokta, B noktası k. nokta olmak üzere δ açısı, A ve B noktaları arasındaki ışın yolu eğrisine A noktasında çizilen teğet ile iki nokta arasındaki eğik uzunluk doğrultusu arasında kalan açıdır. Bu kırılma açısı

$$\delta = \frac{D_{ik}k}{2r} \quad (8.10)$$

formülü ile hesaplanır [28]. Burada k değeri normal koşullardaki kırılma katsayısı ve yaklaşık olarak $k \approx 0.13$ 'tür. Yerkürenin ortalama yarıçapı ise $r = 6373$ km'dir.

\bar{Z}_{ik} denklemi Taylor serisine göre açılarak doğrusallaştırma yapılması ise

$$a_{Z_{ik}} = \frac{(x_{ko} - x_{io})(z_{ko} - z_{io})}{S_{iko}D_{iko}^2} \rho = \frac{\cos t_{ik} \cos Z_{ik}}{D_{iko}} \rho \quad (8.11)$$

$$b_{Z_{ik}} = \frac{(y_{ko} - y_{io})(z_{ko} - z_{io})}{S_{iko}D_{iko}^2} \rho = \frac{\sin t_{iko} \cos Z_{iko}}{D_{ik}} \rho \quad (8.12)$$

$$c_{z_{ik}} = -\frac{S_{ik0}}{D_{ik0}^2} \rho = -\frac{\sin Z_{ik0}}{D_{ik0}} \rho \quad (8.13)$$

$$Z_{ik0} = \arctan \frac{\sqrt{(x_{k0} - x_{i0})^2 + (y_{k0} - y_{i0})^2}}{z_{k0} - z_{i0}} \quad (8.14)$$

$$-l_{r_{ik}} = Z_{ik0} - Z_{ik} \quad (8.15)$$

formülleri ile hesaplanır ve düşey açı katsayılarının (a_z, b_z, c_z) birimleri mgon/ cm olmalıdır. Her gözlem açısı için doğrusallaştırılmış düzeltme denklemleri

$$v_{z_{ik}} = -a_{z_{ik}} \delta x_i - b_{z_{ik}} \delta y_i - c_{z_{ik}} \delta z_i + a_{z_{ik}} \delta x_k + b_{z_{ik}} \delta y_k + c_{z_{ik}} \delta z_k - l_{z_{ik}} \quad (8.16)$$

formülü ile hesaplanır [28].

8.1.3 Eğik uzunlukların düzeltme denklemleri

i ve k noktaları arasındaki eğik uzunluk ölçüsü D_{ik} olarak Şekil 8.1'de gösterilmiştir. Düzeltme denklemleri koordinat bilinmeyenlerinin doğrusal olmayan bir fonksiyonudur. Böylece eğik uzunlukların düzeltme denklemi

$$\bar{D}_{ik} = D_{ik} + v_{D_{ik}} \quad (8.17)$$

formülü ile hesaplanır.

$$\bar{D}_{ik} = D_{ik} + v_{D_{ik}} = \sqrt{(x_k - x_i)^2 + (y_k - y_i)^2 + (z_k - z_i)^2} \quad (8.18)$$

Düzeltme denklemini Taylor seri açılımına göre açılır. Yaklaşık koordinatlar ile hesaplanan yaklaşık eğik uzunluklar D_{ik0} olarak gösterilmiştir.

$$D_{ik0} = \sqrt{(x_{k0} - x_{i0})^2 + (y_{k0} - y_{i0})^2 + (z_{k0} - z_{i0})^2} \quad (8.19)$$

olmak üzere uzunluk katsayıları;

$$a_{D_{ik}} = \frac{x_{k0} - x_{i0}}{D_{ik0}} \quad (8.20)$$

$$b_{D_{ik}} = \frac{y_{k0} - y_{i0}}{D_{ik0}} \quad (8.21)$$

$$c_{D_{ik}} = \frac{z_{ik0} - z_{i0}}{D_{ik0}} \quad (8.22)$$

olarak hesaplanır ve eğik uzunluk katsayıları (a_D, b_D, c_D) birimsizdir. Bu katsayıların kareleri toplama 1'e eşit olmalıdır.

$$a_{D_{ik}}^2 + b_{D_{ik}}^2 + c_{D_{ik}}^2 = 1 \quad (8.23)$$

Uzunluk ölçüleri için doğrusallaştırılmış düzeltme denklemi

$$-l_{D_{ik}} = D_{ik0} - D_{ik} \quad (8.24)$$

eşitliği genellikle ölçü inceliği biriminde (cm veya mm) hesaplanır.

Hesaplanan doğrusallaştırma katsayıları ve düzeltme denklemi her jeodezik nokta için gözlemlenen ölçümlere düzeltme olarak eklenir. Düzeltmeler

$$v_{D_{ik}} = -a_{D_{ik}} \delta x_i - b_{D_{ik}} \delta y_i - c_{D_{ik}} \delta z_i + a_{D_{ik}} \delta x_k + b_{D_{ik}} \delta y_k + c_{D_{ik}} \delta z_k - l_{D_{ik}} \quad (8.25)$$

formülü ile hesaplanır.

Eğik uzunluklar, yatay doğrultular ve düşey açılar hesaplanan düzeltme denklemlerinde ağdaki i. noktası sabitse $\delta x_i = \delta y_i = \delta z_i = 0$ olurlar. Bu yüzden düzeltme denklemlerinde bu noktalara ait değerler kalkmış olur. Eğer k. noktası da sabitse $\delta x_k = \delta y_k = \delta z_k = 0$ olurlar ve bu noktalara ait değerlerde i. noktadaki gibi ortadan kalkmış olur [28].

Bu tezde Robustluk analizi incelendiği için üç boyutlu ağdengelemesi için tüm ölçümlerin ve indirgemelerin yapıldığı ve ayrıca düzeltme denklemlerinin oluşturulduğu Hüseyin DEMİREL'in DENGELEME HESABI adlı 3. baskı kitabında, 6.3 Uygulamalar bölümünde yeralan Uygulama 6.1 örneği kullanılarak Yersel Ölçümler ile yapılmış jeodezik ağın Robustluk analizi işlenmiştir.

9. GÜVENİRLİK ANALİZİ

Yersel bir jeodezik ağ yada bir GPS ağında ölçümler yapıldıktan sonra EKKY ile dengeleme yapılır. EKKY sistematik hatalar ve kaba hatalardan arındırılmış bir gözlem setine ihtiyaç duyar. Bu yüzden bilinmeyen parametrelerin doğru bir şekilde kestirilmesi için ölçülerde kaba hata ve sistematik hataların araştırılması ağ analizinde önemli bir rol oynar. Bu yöntemin sağladığı avantaj dengeleme sonrası sonuçların istatistiksel olarak irdelenebilmesini sağlamasıdır. EKKY bilinmeyen parametrelerin yansız kestirimlerini elde etmek için kaba ve sistematik hatalardan arındırılmış ölçme verileri talep eder.

Noktaların konum duyarlıkları presizyon veya kovaryans analizi sonucu elde edilen ölçütler ile rastgele hataların yayılımı yönünden incelenebilir. Bu işlemler yapılırken kaba hata ve sistematik hataların göz ardı edilmemesi sonuçların doğruluğu açısından önemlidir. Baarda'nın 1968 yılında yayınladığı *A Testing Procedure for use in Geodetic Networks* isimli ünlü eserinde ele alınan ve bir ağın gözlemlerdeki kaba hatalara karşı koyma yeteneğiyle ilgili olan güvenilirlik kavramı iç ve dış güvenilirlik olarak ikiye ayrılabilir. İlki ağın belli bir güven seviyesi ve test gücüyle gerçekleştirilen hipotez testiyle (doğal olarak Baarda'nın data snooping prosedürü) kaba hataların belirlenmesi yeteneğini işaret eder. İkincisi ise belirlenmemiş kaba hataların ağ sonuçları üzerindeki etkisi ile ilgilidir. Robustluk analizi açısından daha önemli olan ikincisidir [27].

Eğer Baarda yöntemi kullanılarak uyuşumsuz ölçü belirleme işlemi yapılmışsa Maksimum Belirlenemeyen Hatalar (MBH) iç güvenilirlik analizi ile kolaylıkla belirlenebilir. Güvenirlik analizi ile MBH değerleri ağda ölçülen her bir ölçü için elde edilir. Ayrıca belirlenemeyen kaba hataların ağ üzerindeki etkilerini belirleyebilir. Buna dış güvenilirlik analizi denir. Güvenirlik analizinde kilit öneme sahip olan kısmi redundans sayıları korelasyonlu ve korelasyonsuz gözlemler için farklı şekillerde hesaplanır. GNSS ağları gibi korelasyonlu gözlemlerin olduğu ağlarda normalleştirilmiş güvenilir sayıları kullanılabilir [41]. MBH'nın ağ sonuçları üzerine etkisi her iki durumda da EKKY prensibi ile tahmin edilir.

Baarda tarafından ileri sürülen klasik güvenilirlik ölçütleri tek bir uyuşumsuz ölçüye dayalı olarak geliştirilmiştir. Böylece ağda sadece bir tane kaba hatalı ölçü olduğunu varsaymıştır. Fakat ağda çoğu kez birden fazla kaba hatalı ölçünün olabileceği açıktır. İhtimaller oluştuğunda tek bir uyuşumsuz ölçünün olduğu güvenilirlik ölçütü değil de çoklu uyuşumsuz ölçülere uygun güvenilirlik ölçütleri kullanılmalıdır [42]. Bu iki durum robustluk analizi sonuçlarını da etkileyecektir.

Güvenirlik analizinde kullanılacak istatistik testlerin hata olasılıkları iyi seçilmesi gerekmektedir. Bunlar 1. tip ve 2. tip hata olasılıklarıdır. İstatistik test (Baarda) ile uyuşumsuz ölçü araştırması yaparken iyi bir ölçünün kaba hatalı olarak belirlenmesi ' α ' ile gösterilir. Uyuşumsuz bir ölçünün iyi bir ölçü olarak değerlendirilme olasılığı ise ' β ' ile belirlenir. İstatistiksel testteki 2. tip hata robustluk analizi açısından oldukça önemlidir. Doğru karar verme olasılıkları ise sırasıyla testin güven ölçütü olan ' $1 - \alpha$ ' ve testin gücü olan ' $1 - \beta$ 'dir [43]. Seçilecek hata olasılığı değerleri, dış merkezlik parametreleri ile MBH değerlerini ve robustluk analizi sonuçlarını doğrudan etkiler.

9.1 Jeodezik Ağların Güvenirliği

Jeodezik ağların güvenilirliği kavramı ilk olarak Baarda(1968) tarafından ileri sürülmüştür. Genellikle ölçülerdeki kaba hatalara direnebilen ağın yeteneği ile ilgilidir. Bu özellik iç güvenilirlik ve dış güvenilirlik olmak üzere iki önemli başlık altında incelenir. Önceki bölümlerde anlatılan kaba hataları belirleme teknikleri (Baarda'nın data snooping yöntemi gibi) belirli sınır değerlerin altındaki kaba hataları belirleyememektedir.

Ağın güvenilirliği iki farklı şekilde ele alınır. Bunlardan;

1. Seçilen sınır değerine göre kaba hatayı belirleme tekniği ağda uygulandığında ne kadar hassas olduğu.
2. Ölçülerdeki küçük değişkenli kaba hataların ağ hassasiyetinde nasıl tanımlandığıdır.

Jeodezik ağlarda uyuşumsuz ölçülerin belirlenememesi robustluk analizi açısından büyük önem taşır. Yersel bir jeodezik ağ'da uyuşumsuz ölçü testleri ile belirlenemeyen diğer bir deyişle ortaya konamayan hatalı gözlemler olabilir. Uygulanacak test yönteminin uyuşumsuz ölçüleri belirleyebilme yeteneği, ağın geometrik yapısına göre

değişmektedir. Eğer bir gözlem hata barındırıyorsa bu hatanın etkisi ve test ile belirlenebilmesi ağın geometrisine bağlıdır. Örneğin bir gözlemde hesaplanacak redundans sayısı sifira ne kadar yakınsa bu gözlemde yapılmış olan kaba hatanın belirlenme olasılığı o kadar düşüktür. Uyuşumsuz ölçülerin ne koşullarda belirlenebileceği güvenilirlik teorisinin konusudur [44].

Planlanan jeodezik ağın geometrisi, nokta gözlemlerinin doğruluğu ve hatanın büyüklüğü belirlenemeyen uyuşumsuz ölçünün noktadaki etkisini belirleyen faktörlerdir. Ayrıca ağ geometrisinin dışında stokastik modellerde robustluk analiz sonuçlarını etkiler. Bunlarla birlikte ağdaki uyuşumsuz ölçünün belirlenip belirlenemeyeceğini yine aynı faktörler etkilemektedir.

Test sonucu belirlenebilecek hatanın büyüklüğü ağdaki uyuşumsuz ölçü sayısına ve güvenilirlik analizi sırasında noktalardaki gözlemler arasında korelasyonların dikkate alınıp alınmamasına bağlıdır. Eğer ağda uyuşumsuz ölçü sayısı birden fazla ise çoklu uyuşumsuz ölçüler için genelleştirilen güvenilirlik ölçütleri kullanılmalıdır. Çünkü bu faktörler ağın robustluğunu doğrudan etkilemektedir.

Jeodezik ağlarda kullanılmak üzere Baarda'nın global test ve data snooping yöntemi güvenilirlik teorisinin ortaya çıkmasına sebep olmuştur. Bu testler jeodezik ağların analiz edilmesinde sıklıkla kullanılmaya başlamıştır. Esas itibari ile redundans matrisi ya da diğer bir ismiyle güvenilirlik matrisi, dengeleme hesabında küçültülmüş ölçüler ile ölçü düzeltmeleri arasında bir köprü görevi görmektedir [27].

$$\hat{v} = \hat{l} - l = -Rl \quad (9.1)$$

Burada \hat{v} düzeltmeler vektörü; \hat{l} dengelenmiş ölçüler vektörü; l ölçüler vektörü ve R güvenilirlik matrisidir.

9.2 Redundans Sayıları

Korelasyonsuz gözlemler için redundans sayıları r_i ;

$$R = I - (A^T P A)^{-1} A^T P \quad (9.2)$$

eşitliği ile hesaplanan R redundans matrisinin köşegen elemanlarıdır ve toplamları ağırlık serbestlik derecesine eşittir. Denklem 9.2'deki eşitlikte $I_{n \times n}$ birim matrisi; $A_{n \times u}$ tasarım matrisini; $P_{n \times n}$ ise ağırlık matrisidir. n ölçü sayısını ve u ise bilinmeyenler sayıdır.

Redundans sayıları $0 \leq r_i \leq 1$ aralığındadırlar. Fakat gözlemler arası korelasyonlar dikkate alındığında negatif veya 1'den büyük redundans sayıları ile karşılaşabilir [41, 45]. Wang ve Chen (1994) tarafından bulunan genelleştirilmiş güvenilirlik sayıları

$$\bar{r}_i = c_i^T Q c_i c_i^T P Q_v P c_i \quad (9.3)$$

eşitliği ile hesaplanır. Eşitlikteki c_i terimi i. elemanı sıfır olan $[n \times 1]$ 'lik vektördür. Q ise ters ağırlık matrisidir. Düzeltmelerin kofaktör matrisi olan

$$Q_v = P^{-1} - A(A^T P A)^{-1} A^T \quad (9.4)$$

eşitliği ile hesaplanır. Genelleştirilmiş güvenilirlik sayıları $0 \leq \bar{r}_i \leq c_i^T Q c_i c_i^T P c_i$ aralığında yer almaktadırlar.

Schaffrin (1997) tarafından bulunan normalleştirilmiş güvenilirlik sayıları ise;

$$\bar{\bar{r}}_i = \bar{r}_i (1 - \bar{p}_i^2)^{-1} \quad (9.5)$$

eşitliği ile elde edilirler. Normalleştirilmiş güvenilirlik sayıları $0 \leq \bar{\bar{r}}_i \leq 1$ aralığındadır.

Çoklu korelasyon katsayıları ise

$$\bar{p}_i^2 = q_{(i)}^T Q_{(ii)}^{-1} q_{(i)} / q_{(ii)} \quad (9.6)$$

eşitliği ile hesaplanmaktadır ve $0 \leq \bar{p}_i^2 < 1$ aralığındadırlar. $[(n-1) \times 1]$ 'lik $q_{(i)}$, Q matrisinin $q_{(ii)}$ elimine edildikten sonra elde edilen i. sütunudur. Benzer şekilde $[(n-1) \times (n-1)]$ boyutlu $Q_{(ii)}$ matrisi Q matrisinden i. satır ve i. sütun çıkarıldıktan sonra elde edilen matristir [24].

9.3 İç Güvenirlik

İç güvenirlik analizi, seçilen bir α_0 anlamlılık düzeyinde Baarda tarafından geliştirilen data snooping (lokal test) yöntemiyle belirlenemeyen hataların maksimum değerlerini belirlemeyi amaçlayan analizdir. İç güvenirlik belirlenemeyen kaba hatalar için en düşük sınır değerleri ile ilgilenir. Ağdaki her nokta için bu değer hesaplanır ve korelasyonlu ve korelasyonsuz ölçülerde farklılık gösterir.

Özellikle yersel metodlarla ölçülen korelasyonsuz ölçümlerde iç güvenirlik

$$\Delta l_i = \sqrt{\lambda_0} \frac{\sigma_i}{r_i} \quad (9.7)$$

formülü ile hesaplanır. Burada r_i ve σ_i sırasıyla i . ölçünün redundans sayısı ve standart sapmasıdır. $\delta_0 = \sqrt{\lambda_0}$ seçilen güven ölçütü ($1 - \alpha_0$) ve testin gücü ($1 - \beta_0$) ya göre alternatif H_{2a} hipotezi ve ret hipotezi H_0 arasındaki farkın minimumunu ifade eden olasılıkların bir fonksiyonu olan dış merkezlilik parametresidir. Ölçülerdeki kaba hata güven ölçütü sınır değerleri aralığındaysa tanımlanabilir. Aksi takdirde güven ölçütü sınır değerinden küçük ya da büyükse tanımlanamaz ve ölçüde varlığını sürdürmeye devam eder [27].

İç güvenirlik, ölçülerin kontrol edilebilirliği için bir ölçüt olabilir. Redundans sayısının küçük olması büyük kaba hataları daha iyi belirleneceğini gösterir ya da tam tersidir. Redundans sayısı 1'e ne kadar yakınsa ölçüler o kadar iyi kontrol edilebilir anlamını taşımaktadır. Eğer r_i sifıra eşitse ölçü testleri sınır değerini belirleyemez ve ölçülerin tamamını kontrol edemez [27].

Korelasyonlu ölçülerde;

$$\bar{\Delta} l_i = \frac{\delta_0 \sigma_0}{\sqrt{p_{ii} \bar{r}_i}} \quad (9.8)$$

eşitliği ile hesaplanır [41]. Burada $\delta_0 = \sqrt{\lambda_0}$ ve p_{ii} ağırlıklı matrisinin ilgili köşegen elemanıdır ve σ_0 , birim ağırlıklı ölçünün standart sapmasıdır.

Uyuşumsuz ölçülerin olasılığı olan α_0 ve β_0 değerlerini belirlemek tahmin edildiği kadar kolay değildir. Baarda $\alpha_0 = \%0.1$ değerini kullanmıştır. Fakat bu değer istatistiksel test yöntemlerinden biri olan in-context test yaklaşımında ölçü sayısı arttıkça testin

gerçekleşmesi güçleşmektedir. Kabul edilebilir α_0 değeri için β_0 değerinin de yüksek olması gerekmektedir. Fakat jeodezik uygulamalarda β_0 değerinin yüksek tutulması kullanışlı değildir. Genel olarak bu iki olasılık değeri %5 olarak tercih edilir. β_0 değeri tercihe göre değiştirilerek ötelemeler istenilen seviyeye getirilebilir. Ancak yüksek güven ölçütü ($1 - \alpha_0$) ve istatistiksel güç ($1 - \beta_0$) seviyeleri daha büyük dış merkezlilik parametresine yol açar. Ayrıca doğruluğu sağlamak için daha iyi bir ağ tasarımı ve redundans gerektirir. Bu yüzden ağın maliyetini olumsuz yönde etkiler [22].

9.3 Dış Güvenirlilik

Dış güvenirlilik ölçütü, iç güvenirlilik tarafından ortaya çıkarılamayan hataların ağdaki koordinat bilinmeyenlerine veya bunların fonksiyonlarına olan etkiye seviyesi olarak tanımlanır. Örneğin iç güven ölçütü ile belirlenemeyen yani ölçütün sınır değeri altında kalan bir hatanın hesaplanacak nokta koordinatları üzerindeki maksimum etkisini ortaya çıkaran güven ölçütüdür. Dış güvenirlilik ölçütü

$$\Delta x_i = (A^T P A)^{-1} A^T P c_i \Delta l \quad (9.9)$$

formülü ile hesaplanır [46]. Burada Δl bütün ölçülerin iç güvenirlilik değerlerini içeren bir vektör, c_i ise i . elemanı hariç diğer bütün elemanları 0 olan ve ilgili ölçüye karşılık gelen i . elemanı ise 1 olan bir vektördür. Dış güvenirlilik vektörü ağdaki ölçü sayısı kadar hesaplanır. Bu güvenirliliğin en büyük dezavantajı ise ağın datumuna bağlı olması ve yorumlanmasının güç olmasıdır [44]. Ayrıca dış güvenirliliğin farklı bir şekilde sunulduğu robustluk analizinde, ağda gerilme kavramı olarak ele alınmıştır.

Dış güvenirlilik özel mühendislik yapıları için oluşturulan jeodezik ağlar da önemlidir. Örneğin tünel ağlarında tünel boyunca imalat güzergahının başarılı bir şekilde inşa edilebilmesi için ölçülerdeki kaba hataların bertaraf edilmesi hayati önem taşımaktadır.

10. ROBUSTLUK ANALİZİ

10.1 Robustluk Analizinin Ana Hatları

Yersel bir jeodezik ağ ya da bir GPS ağı oluşturulduktan sonra gerekli ölçümler yapılır ve noktaların koordinatları EKKY ile kestirilir. Sonuçların doğruluğu gözlemler açısından koordinat bilinmeyenlerinin varyans-kovaryans matrisi ile değerlendirilirken gözlemlerin barındırdığı kaba hatalar için Baarda'nın güvenilirlik analizi uygulanır. Bu analiz sayesinde belirlenen maksimum kaba hata sınır değeri ve bu değerlerin belirlenemeyen kaba hataların parametreler üzerindeki maksimum etkileri tahmin edilebilir. Bir ya da daha fazla kaba hatalı ölçü olması durumunda EKKY ile tahmin edilen bütün sonuçlar olumsuz bir şekilde değişir. Bu yüzden kaba hatalı ölçümlerin belirlenip elimine edilmesi gerekir. Bu durumda hatalı ölçü ya yenilenir ya da elimine edilerek ağın tekrar dengelenmesi yapılır [25].

Ağdaki uyuşumsuz ölçüleri belirlemek için genellikle Baarda'nın istatistiksel test metodu (global test+data snooping) kullanılır. Bu test iki durumda uyuşumsuz ölçüleri belirleyemeyebilir. Bunlar;

1. Ölçünün kısmi redundans sayısı büyüktür yani ölçü diğer ölçüler tarafından yeterince kontrol edilemiyordur,
2. Testin gücü kaba hatayı ortaya çıkarmaya yetmiyordur yani kaba hatayı fark edemiyordur.

Kısmi redundans sayıları ağın geometrisinden etkilenir. Bu nedenle ağın tasarım aşamasında optimal bir konfigürasyonu türetilebilir. Nokta sayısı, noktaların tesis edileceği yerler optimal bir şekilde belirlenebilir. Ayrıca ağda hangi gözlemlerin yapılması gerektiğine karar verilebilir. Bu sayede gereksiz gözlemler önlenerek ekonomi sağlanır. Yapılması gereken gözlemler gözden kaçırılmamış olur. Böylelikle ağ için bir minimum redundans sayısı ya da ideal bir ortalama redundans sayısı belirlenerek buna uygun ağ tasarlanabilir. Minimum ve ortalama redundans sayıları hakkında değişik görüşler vardır. Bununla birlikte en az 0.5'in üzerinde olmaları da yeterli olabilir. Ağ geometrisinin dışında gözlemlerin ağırlıkları da redundans sayılarını etkiler. Bu yüzden mümkün oldukça hassas aletler kullanarak bunların sağlayabileceği hassasiyetten azami ölçüde yararlanılmalıdır.

Baarda'nın global ve lokal testi gibi istatistiksel testler uygulanırken bu tür hipotez testlerine özgü belirli bir hata riskiyle karar veririz. Yani hipotez testlerinde %100 doğru karar verme şansımız yoktur. Bununla birlikte en azından hata olasılıklarını seçme şansımız vardır. Doğal olarak bu hataların mümkün olduğunca küçük olması gerekir. Öte yandan çok küçük hata olasılıkları da başka problemleri doğurur. Örneğin daha küçük kaba hataları belirleyemeyiz. Bu riskli durumu önlemek için uygun hata olasılıkları seçilmelidir. Robustluk analizinde belirgin bir etkiye sahip test gücü ikinci tip hatayla ilgilidir [47].

Baarda tarafından verilen iç güvenilirlik ölçütüne göre ölçüler için maksimum belirlenemeyen hata vektörü olan Δl , 9.7 denklemi ile hesaplanır. Burada σ_i i. ölçünün standart sapmasıdır. Dış merkezlik parametresi $\sqrt{\lambda_0}$ tip 1 hata(α) ve tip 2 hata(β) olasılıklarının bir fonksiyonudur. Bu hata tiplerinin değerleri belirlemek kolay olmamıştır. Baarda α için %0,1 değerini kullanmıştır. Fakat bu değerler jeodezik ağlarda kullanmak için çok büyük değerler olup ağlarda ortalama 0,05 olarak kabul edilmiştir. Bu tezde α ve β olasılık değerleri %5 olarak kullanılmıştır. Bu hataların sebep olduğu yer değiştirmeler denklem 9.9 ile hesaplanır. Yer değiştirmelerde ölçüler arası korelasyonlar dikkate alınmaz. Korelasyon olduğunda güvenilirlik ölçütleri yeniden formüle edilmelidir.

Yersel teknikler veya GPS ile ölçülen jeodezik ağlarda belirlenemeyen maksimum kaba hatalar ağ sonuçlarını etkiler. Bu yüzden ağda zorlamalar oluşur. Yani ağ noktalarında potansiyel deformasyonlar oluşur. Deformasyon sırasıyla ölçekte, yönlendirmede ve konfigürasyonlar üzerinde robustluğu ifade eden ölçütlerle belirlenir. Bu ölçütlere robustluk (deformasyon ölçütleri) ölçütleri adı verilir. Bu deformasyonlar gerilme analizinden elde edilir. Ağın robustluğunu ölçmek için ağda ki her bir noktanın deformasyon derecesi gerilmeler hesaplanarak belirlenir.

Robustluk analizi, güvenilirlik analizi ve gerilme tekniğini kullanan geometrik güç analizinin birleşimidir. Robustluk analizi geleneksel güvenilirlik analizinin geliştirilmiş bir versiyonudur. Robustluk, jeodezik ağın iç güvenilirlikle tespit edilemeyen kaba hatalardan kaynaklanan deformasyonlara karşı koyabilme yeteneği olarak tanımlanır [22]. Böylece bir ağın sağlamlığı yani robustluğu veya geometrik gücü, her noktası üzerinde gerilme deformasyonunu ölçebilme yeteneği olarak adlandırılabilir.

Robustluğun ölçülmesi datumdan bağımsız olmalıdır. Çünkü keyfi bir şekilde yapılan datum seçimi ağın robustluğu üzerinde etkili olabilir. Robustluk analizinin önemli bir avantajı sadece ağın konfigürasyonu yani geometrisine ve ağda yapılan gözlemlerin stokastik modeline bağlı olmasıdır. Stokastik model gözlemlerin varyanslarını ve farklı gözlemler arasındaki korelasyonları kapsar. Dolayısıyla stokastik modele göre ağırlık matrisi oluşturulur. Robustluk analizinde önemli bir araştırma konusu datumdan bağımsız ölçütlerin tanımlanması olmuştur. Bunun için Berber (2006)'ya ve Vanicek ve ark. (2008)'ye bakılabilir [48]. Ağın robustluğu ölçütlerden (dilatasyon, diferansiyel dönüklük, kesme) ziyade değişmezler açısından tanımlanmalıdır. Çünkü datum değişikliği gerilme matrisini ve robustluk ölçütlerini değiştirebilir. Robustluk ölçütleri 2 boyutlu değişmezler olduğu için datum seçiminden etkilenmezler [22].

Bir grup nokta için (ilgilenilen nokta ve bu noktaya gözlemlerle bağlı olan noktalar) öteleme alanı tanımlanabiliyorsa konumun fonksiyonu olan bu öteleme alanının gradyanı hesaplanarak ilgilenilen noktanın gerilme matrisi oluşturulabilir. Bu matristen elde edilen deformasyon ölçütleri ağın bu noktadaki robustluğunu ifade eder. Ağdaki her ölçü için iç güvenilirlik ve dış güvenilirlik ölçütleri hesaplanabileceğinden her noktada ölçü sayısı kadar deformasyon ölçütü elde edilir. Bu ölçütlerin mutlak değerce maksimum olanları robustluk ölçütleri olarak tanımlanır. Eğer ağ noktalarında belirlenemeyen kaba hatalar nedeniyle oluşan ötelemeler hesaplanmak isteniyorsa gerilme alanından öteleme alanına geçilmelidir. Bunun için de başlangıç koşulları belirlenmelidir [25].

Ağın robustluğunu değerlendirmede ağ noktaları için belirlenen ötelemelerin karşılaştırılacağı eşik değerlere ihtiyaç duyulur. Eğer ağ noktalarının ötelemeleri sınır değerlerden iyiye ağ robusttur. Bazı noktaların ötelemeleri sınır değerlerden kötü ise ağ zayıftır. Bu yüzden ağın konfigürasyonu değiştirilerek ve/ veya ölçüler iyileştirilerek robustluk açısından yeterli bir ağ elde edilebilir [22].

10.2 1-B Ağların Robustluk Analizi

Yersel ölçümlerle trigonometrik yükseklik veya geometrik nivelman teknikleri kullanılarak jeodezik ağda noktalar arasındaki yükseklikler ölçülebilir. Ölçüler noktalar arasındaki yükseklik farklarıdır. Yükseklik ağlarında nokta yükseklikleri

hassas bir şekilde belirlenirken bu yöntemle yatay koordinatlar yaklaşık olarak belirlenebilir. Bu yüzden böyle ağlarda dikey yöndeki yer değiştirmeler dikkate alınır [22]. Bir boyutlu ağlarda yer değiştirmeler;

$$\Delta x_i = [\Delta Z_i] = [w_i] \quad (10.1)$$

formülü ile hesaplanır. Δx_i , P_i noktasındaki yer değiştirme olarak ifade edilir. w ise Z yönündeki yer değiştirmeyi ifade eder. Bu eşitliğin konuma göre tensör gradyanı alınırsa deformasyon matrisi (zorlanma matrisi, gerilme matrisi) olan E matrisi oluşur. Bu da

$$E_i = \left[\frac{\partial w_i}{\partial z} \right] \quad (10.2)$$

eşitliğini oluşturur. P_i noktası ile ona gözlemi olan bütün $P_j, (1, 2, \dots, t)$ noktaları ele alındığında $(t + 1)$ noktanın iki düzlem denklemi ile w yer değiştirmeleri;

$$w_i = c_i + \frac{\partial w_i}{\partial z} (Z_j - Z_i) \quad (10.3)$$

formülü ile hesaplanabilir. Burada c_i , mutlak terimi, w_i noktanın öteleme bileşeninden oluşan vektör, Z_i ilgili noktanın yüksekliği ve Z_j ise o noktanın bağlandığı yüksekliği ifade eder. Ağdaki ölçü sayısı kadar bu eşitlik oluşur. Her bağlantı için oluşan matris;

$$K_i \begin{bmatrix} c_i \\ \frac{\partial w_i}{\partial z} \end{bmatrix} = w_i \quad (10.4)$$

ile gösterilir. Bu eşitlik EKKY ile çözümlerse, ağdaki her nokta için;

$$\begin{bmatrix} c_i \\ \frac{\partial w_i}{\partial z} \end{bmatrix} = (K_i^T K_i)^{-1} K_i^T w_i = Q_i w_i \quad (10.5)$$

şeklinde hesaplanır. Gerilme matrisinde bir bileşen olduğu için robustluk ölçütlerinden sadece dilatasyon tanımlanabilir. Noktalar arası yükseklik farkı çok az olduğunda gerilme büyük çıkabilir ve sonuçlar yanlış olabilir. Bu yüzden sonlu gerilme kullanılmalıdır. Çünkü yüksekliğe nazaran gerilme çok daha büyük olabilir. Robustluk analizinin 1 boyutlu yükseklik ağlarına uygulanmasındaki problem iki nokta neredeyse

aynı yüksekliğe sahip olduğu zaman (ki bu özellikle düz bir arazide rahatlıkla karşılaşılabilecek bir durumdur) yüksekliğe göre gerilme oldukça büyük olabilir. Bu da sonuçların yanlış olmasına neden olabilir. Yüksekliklerle ilgili bu problem yükseklik bileşenini içeren yersel ya da GPS teknikleriyle ölçülebilen 3 boyutlu ağlarda da söz konusu olabilir. Bu problemin üstesinden gelebilmek için sonlu gerilmenin kullanılması önerilir [22].

Yükseklik ağları için gerilme problemi denklem 10.6'da verilmiştir:

$$e = \frac{\Delta Z}{H+Z} \quad (10.6)$$

Burada H robustluğu araştırılan noktanın yüksekliği, Z ilgilenilen noktayla diğer nokta arasındaki yükseklik farkı, ΔZ ise öteleme değeridir [22].

10.3 2-B Ağların Robustluk Analizi

Bir P_i noktasının öteleme vektörünü Vanicek(2001)'de ;

$$\Delta x_i = \begin{bmatrix} \Delta x_i \\ \Delta y_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \end{bmatrix} \quad (10.7)$$

eşitliği ile tanımlamıştır [21]. Burada u_i , x yönündeki öteleme ve v_i , y yönündeki ötelemelerdir. Bu eşitliğin konuma göre tensör gradyanı;

$$E_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_i}{\partial x} & \frac{\partial u_i}{\partial y} \\ \frac{\partial v_i}{\partial x} & \frac{\partial v_i}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (10.8)$$

eşitliği ile gösterilir. Görüldüğü gibi 2 boyutlu ağlarda gerilme matrisi 2×2 boyutludur. Burada E gerilme matrisi olarak tanımlanır ve bu matris S (simetrik) ve A (asimetrik) matrislere ayrıştırılabilir:

$$E = S + A \quad (10.9)$$

Burada S matrisi ve A matrisi sırasıyla;

$$S_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_i}{\partial x} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial y} + \frac{\partial v_i}{\partial x} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial y} + \frac{\partial v_i}{\partial x} \right) & \frac{\partial v_i}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (10.10)$$

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial y} - \frac{\partial v_i}{\partial x} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x} - \frac{\partial u_i}{\partial y} \right) & 0 \end{bmatrix} \quad (10.11)$$

ile gösterilir [22]. A ve S matrislerinden türetilen skaler deformasyon parametreleri;

- Dilatasyon (Ortalama gerilme)

$$\sigma_i = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x} + \frac{\partial v_i}{\partial y} \right) \quad (10.12)$$

- Saf Kesme

$$\tau_i = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x} - \frac{\partial v_i}{\partial y} \right) \quad (10.13)$$

- Basit Kesme

$$v_i = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial y} + \frac{\partial v_i}{\partial x} \right) \quad (10.14)$$

- Toplam Kesme

$$\gamma_i = \sqrt{\tau_i^2 + v_i^2} \quad (10.15)$$

- Diferansiyel Dönme

$$\omega_i = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x} - \frac{\partial u_i}{\partial y} \right) \quad (10.16)$$

Bu değerler ağın robustluk ölçütleridir. Bunlar 3-B ağlarda ayrıntılı olarak anlatılacaktır.

10.4 3-B Ağların Robustluk Analizi

Üç boyutlu ağlarla ilgili problem bu ağların noktaları arasında çoğu kez yataya göre önemli bir yükseklik farkı olmadığı için bunların esasen 2 boyutlu ağlar olmalarıdır. Jeodezik ağda koordinatlar eğrisel (enlem ve boylam) ya da kartezyen olabilir. Eğrisel koordinatlar ile ilgili problem, ağ noktalarında birbirleri ile ilişkili noktalar aynı yüksekliğe sahip oldukları zaman bunlar arasındaki yükseklik farklarının sıfır olmasıdır. Bu durumda eğrisel koordinatların yerine kartezyen koordinatlar kullanılabilir [22].

Öteleme vektörünün büyüklüğü (uzunluğu) koordinat sistemlerinden bağımsızdır. Böylece ağ istenilen koordinat sisteminde değerlendirilebilir.

Ağdaki bir P_i noktasının öteleme vektörü;

$$\Delta x_i = \begin{bmatrix} \Delta x_i \\ \Delta y_i \\ \Delta z_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \end{bmatrix} \quad (10.17)$$

olarak tanımlanır. Burada u_i , x yönündeki öteleme ve v_i , y yönündeki öteleme ve w_i , z yönündeki ötelemelerdir. Bu eşitliğin konuma göre tensör gradyanı olan deformasyon matrisi (zorlanma matrisi, gerilme matrisi);

$$E_i = grad(\Delta x_i) \quad (10.18)$$

$$E_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_i}{\partial x} & \frac{\partial u_i}{\partial y} & \frac{\partial u_i}{\partial z} \\ \frac{\partial v_i}{\partial x} & \frac{\partial v_i}{\partial y} & \frac{\partial v_i}{\partial z} \\ \frac{\partial w_i}{\partial x} & \frac{\partial w_i}{\partial y} & \frac{\partial w_i}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (10.19)$$

eşitliği ile ifade edilir. Gerilme matrisinin boyutları bir nokta için üç boyutlu ağlarda $[3 \times 3]$ 'tür.

Ağdaki P_i noktası ile ona gözlemi olan bütün $P_j(1, 2, \dots, t)$ noktaları ele alındığında; t bağlantı sayısı olmak üzere, (t + 1) kadar noktanın yaklaşık olarak iki düzlem denklemlerle tanımlandığı öteleme alanındaki u, v ve w ötelemeleri;

$$a_i + \frac{\partial u_i}{\partial x}(X_j - X_i) + \frac{\partial u_i}{\partial y}(Y_j - Y_i) + \frac{\partial u_i}{\partial z}(Z_j - Z_i) = u_j \quad (10.20)$$

$$b_i 1 + \frac{\partial v_i}{\partial x}(X_j - X_i) + \frac{\partial v_i}{\partial y}(Y_j - Y_i) + \frac{\partial v_i}{\partial z}(Z_j - Z_i) = v_j \quad (10.21)$$

$$c_i 1 + \frac{\partial w_i}{\partial x}(X_j - X_i) + \frac{\partial w_i}{\partial y}(Y_j - Y_i) + \frac{\partial w_i}{\partial z}(Z_j - Z_i) = w_j \quad (10.22)$$

formülleri ile hesaplanır. Burada u_i , v_i ve w_i sırasıyla x, y ve z yönünde noktaların öteleme bileşenlerinden oluşan vektörler, a_i , b_i ve c_i mutlak terimlerdir. 1 çarpanı, elemanları bire eşit olan sütun vektörü ve X_j , Y_j ve Z_j ise ilgilenilen P_i noktasına göre koordinat bileşenleri vektörüdür. Öteleme bileşeni olan u_i , v_i ve w_i vektörlerinin bilinmeyenleri kısmi türevler ve mutlak terimler matris formunda aşağıdaki her bir nokta için;

$$K_i \begin{bmatrix} a_i \\ \frac{\partial u_i}{\partial x} \\ \frac{\partial u_i}{\partial y} \\ \frac{\partial u_i}{\partial z} \end{bmatrix} = u_i, \quad K_i \begin{bmatrix} b_i \\ \frac{\partial v_i}{\partial x} \\ \frac{\partial v_i}{\partial y} \\ \frac{\partial v_i}{\partial z} \end{bmatrix} = v_i, \quad K_i \begin{bmatrix} c_i \\ \frac{\partial w_i}{\partial x} \\ \frac{\partial w_i}{\partial y} \\ \frac{\partial w_i}{\partial z} \end{bmatrix} = w_i \quad (10.23)$$

eşitlikleri yazılabilir. Bu eşitlikler her bir nokta için EKKY ile çözümlerse;

$$\begin{bmatrix} a_i \\ \frac{\partial u_i}{\partial x} \\ \frac{\partial u_i}{\partial y} \\ \frac{\partial u_i}{\partial z} \end{bmatrix} = (K_i^T K_i)^{-1} K_i^T = Q_i u_i \quad (10.24)$$

$$\begin{bmatrix} b_i \\ \frac{\partial v_i}{\partial x} \\ \frac{\partial v_i}{\partial y} \\ \frac{\partial v_i}{\partial z} \end{bmatrix} = (K_i^T K_i)^{-1} K_i^T = Q_i v_i \quad (10.25)$$

$$\begin{bmatrix} c_i \\ \frac{\partial w_i}{\partial x} \\ \frac{\partial w_i}{\partial y} \\ \frac{\partial w_i}{\partial z} \end{bmatrix} = (K_i^T K_i)^{-1} K_i^T = Q_i w_i \quad (10.26)$$

eşitliklerine ulaşılır. Burada $K_i = [1 \ \Delta X \ \Delta Y \ \Delta Z]$ ve $[(t+1) \times 4]$ 'lük bir matristir. Denklem 10.24, 10.25 ve 10.26'daki üç eşitliğin kısmi türevlerini bulmak için Hiper-matris olarak birleştirilirse, her P_i noktası için

$$E_i = \begin{bmatrix} a_i \\ \frac{\partial u_i}{\partial x} \\ \frac{\partial u_i}{\partial y} \\ \frac{\partial u_i}{\partial z} \\ b_i \\ \frac{\partial v_i}{\partial x} \\ \frac{\partial v_i}{\partial y} \\ \frac{\partial v_i}{\partial z} \\ c_i \\ \frac{\partial w_i}{\partial x} \\ \frac{\partial w_i}{\partial y} \\ \frac{\partial w_i}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_i & 0 & 0 \\ 0 & Q_i & 0 \\ 0 & 0 & Q_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \end{bmatrix} \quad (10.27)$$

deformasyon matrisi eşitliği ile elde edilir. Öteleme vektörü ve gerilme matrisi arasındaki ilişkiyle ilgilendiğimiz için mutlak terimlere gerek yoktur. Bu yüzden $(K_i^T K_i)^{-1} K_i^T$ matrisinin ilk satırlarının silinmesi sonucu oluşan Q_i matrisi, diyagonal bir matris oluşturur. Bu da tüm ağı kapsayacak şekilde genişletilirse T_i matrisi oluşturulur [22]. Eşitlikteki ötelemeler vektörü, ΔX ile değiştirilirse her i noktası için gerilme vektörü (matrisi) veya deformasyon vektörü

$$E_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_i}{\partial x} \\ \frac{\partial u_i}{\partial y} \\ \frac{\partial u_i}{\partial z} \\ \frac{\partial v_i}{\partial x} \\ \frac{\partial v_i}{\partial y} \\ \frac{\partial v_i}{\partial z} \\ \frac{\partial w_i}{\partial x} \\ \frac{\partial w_i}{\partial y} \\ \frac{\partial w_i}{\partial z} \end{bmatrix} = T_i \Delta X_i \quad (10.28)$$

$$vec(E_i) = T_i \Delta X_i \quad (10.29)$$

eşitliği ile hesaplanır [22].

Ağdaki her ölçünün belirlenemeyen marjinal kaba hatası ağda deformasyona yol açar. n tane ölçü varsa her nokta için n tane deformasyon matrisi, dolayısıyla $3n$ tane deformasyon ölçütü elde edilir. Bunların mutlak değerce maksimumları o nokta için robustluk ölçütleridir [4, 49].

E gerilme matrisi 2-B robustluk analizinde de anlatıldığı üzere S (simetrik) ve A (asimetrik) matrislere ayrıştırılabilir.

$$E = S + A \quad (10.30)$$

Burada S matrisi simetrik diferansiyel deformasyonu tanımlar ve A matrisi ise bir noktadaki asimetrik diferansiyel deformasyonu tanımlar [22];

$$S_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_i}{\partial x} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial y} + \frac{\partial v_i}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial z} + \frac{\partial w_i}{\partial x} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial y} + \frac{\partial v_i}{\partial x} \right) & \frac{\partial v_i}{\partial y} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial z} + \frac{\partial w_i}{\partial y} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial z} + \frac{\partial w_i}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial z} + \frac{\partial w_i}{\partial y} \right) & \frac{\partial w_i}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (10.31)$$

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial y} - \frac{\partial v_i}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial z} - \frac{\partial w_i}{\partial x} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x} - \frac{\partial u_i}{\partial y} \right) & 0 & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial z} - \frac{\partial w_i}{\partial y} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_i}{\partial x} - \frac{\partial u_i}{\partial z} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_i}{\partial y} - \frac{\partial v_i}{\partial z} \right) & 0 \end{bmatrix} \quad (10.32)$$

Bu matrislerin elemanları kullanılarak her nokta için 3D robustluk ölçütleri hesaplanır [31]. Robustluk ölçütleri;

- **Dilatasyon (Ortalama gerilme):** Bir alandaki büyümeyi ve küçülmeyi ifade eder.

$$\sigma_i = \frac{1}{3} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x} + \frac{\partial v_i}{\partial y} + \frac{\partial w_i}{\partial z} \right) = (S_{1x1} + S_{2x2} + S_{3x3})/3 \quad (10.33)$$

- **Saf Kesme (xy):** Deformasyonlu bir kareyi dikdörtgene dönüştürür.

$$\tau_{xy_i} = -\tau_{yx_i} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x} - \frac{\partial v_i}{\partial y} \right) = (S_{1x1} - S_{2x2})/2 \quad (10.34)$$

- **Saf Kesme (xz):** Deformasyonlu bir kareyi dikdörtgene dönüştürür.

$$\tau_{xz_i} = -\tau_{zx_i} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x} - \frac{\partial w_i}{\partial z} \right) = (S_{1x1} - S_{3x3})/2 \quad (10.35)$$

- **Saf Kesme (yz):** Deformasyonlu bir kareyi dikdörtgene dönüştürür.

$$\tau_{yz_i} = -\tau_{zy_i} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial y} - \frac{\partial w_i}{\partial z} \right) = (S_{2x2} - S_{3x3})/2 \quad (10.36)$$

- **Basit Kesme (xy):** Bir dörtgenin eşkenar bir dörtgene dönüşmesidir.

$$v_{xy_i} = -v_{yx_i} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial y} + \frac{\partial v_i}{\partial x} \right) = (S_{1x2}) \quad (10.37)$$

- **Basit Kesme (xz):** Bir dörtgenin eşkenar bir dörtgene dönüşmesidir.

$$v_{xz_i} = -v_{zx_i} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial z} + \frac{\partial v_i}{\partial x} \right) = (S_{1x3}) \quad (10.38)$$

- **Basit Kesme (yz):** Bir dörtgenin eşkenar bir dörtgene dönüşmesidir.

$$v_{yz_i} = -v_{zy_i} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial z} + \frac{\partial w_i}{\partial y} \right) = (S_{2x3}) \quad (10.39)$$

- **Diferansiyel Dönme (xy):** Bir noktadaki burulma olup dönüklükteki robustluğu verir.

$$\omega_{xy_i} = -\omega_{yx_i} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial y} - \frac{\partial v_i}{\partial x} \right) = (A_{1x2}) \quad (10.40)$$

- **Diferansiyel Dönme (xz):** Bir noktadaki burulma olup dönüklükteki robustluğu verir.

$$\omega_{xz_i} = -\omega_{zx_i} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial z} - \frac{\partial v_i}{\partial x} \right) = (A_{1x3}) \quad (10.41)$$

- **Diferansiyel Dönme (yz):** Bir noktadaki burulma olup dönüklükteki robustluğu verir.

$$\omega_{yz_i} = -\omega_{zy_i} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial z} - \frac{\partial w_i}{\partial y} \right) = (A_{2x3}) \quad (10.42)$$

- **Toplam Kesme (xy):** Saf kesme ve basit kesmenin geometrik normudur.

$$\gamma_{xy_i} = \sqrt{\gamma_{xy_i}^2 + v_{xy_i}^2} \quad (10.43)$$

- **Toplam Kesme (xz):** Saf kesme ve basit kesmenin geometrik normudur.

$$\gamma_{xz_i} = \sqrt{\gamma^2_{xz_i} + v^2_{xz_i}} \quad (10.44)$$

- **Toplam Kesme (yz):** Saf kesme ve basit kesmenin geometrik normudur.

$$\gamma_{yz_i} = \sqrt{\gamma^2_{yz_i} + v^2_{yz_i}} \quad (10.45)$$

eşitlikleri ile hesaplanırlar. Toplam kesme oluşturduğu norm düzlemlerinin kareleri toplamının kare köküne eşittir [20]. Bu değerlerde yine S (simetrik) matrislerinden oluşmaktadır.

Robustluk ölçütleri görüldüğü üzere simetrik ve asimetrik matrislerin elemanları sonucu oluşmaktadır. Simetrik kısım bir noktadaki dilatasyon ve kesme deformasyonunu tanımlarken asimetrik kısım ise burulmayı tanımlamaktadır. Bu ölçütler ağıdaki her noktada, her ölçü için hesaplanır. Hesaplanan değerlerin mutlak değerce en büyük olanı o noktadaki robustluğu ifade etmektedir [22].

10.5 Ötelemelerin Hesaplanması

Jeodezik ağda maksimum belirlenemeyen hataların sebep olduğu deformasyon, robustluk analizinde gerilme analizi ile belirlenir. Bu da öteleme alanından gerilme alanına geçildiğini gösterir. Noktalarda ne kadar öteleme olduğunu ve ağın robustluğunun kabul edilip edilmeyeceğini belirleyebilmek için gerilme alanından öteleme alanına geçilmelidir. Sınır değerlerini oluşturmak için de başlangıç koşulları belirlenmelidir [22].

Bir P_i noktasının ötelemeleri belirlemek için Berber (2006) tarafından geliştirilen ve ağın tüm noktalarındaki öteleme vektörlerinin normunu minimum yaparak elde edilen X_0, Y_0, Z_0 koordinatları başlangıç koşullarının belirlenmesi gerekmektedir. Burada başlangıç koşulları ağın deformasyona uğramadan önceki nokta konumlarına yaklaşım sağlamaktadır. Bu koşulların elde edilebilmesi için ağıdaki ötelemelerin minimize edilmesi gerekmektedir.

Bir P_i noktasının mutlak ötelemesi;

$$\begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_i}{\partial x} & \frac{\partial u_i}{\partial y} & \frac{\partial u_i}{\partial z} \\ \frac{\partial v_i}{\partial x} & \frac{\partial v_i}{\partial y} & \frac{\partial v_i}{\partial z} \\ \frac{\partial w_i}{\partial x} & \frac{\partial w_i}{\partial y} & \frac{\partial w_i}{\partial z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_i - X_0 \\ Y_i - Y_0 \\ Z_i - Z_0 \end{bmatrix} \quad (10.46)$$

eşitliği ile hesaplanır. Eşitlikte i , ilgili noktanın koordinatları. 0 , noktasının deformasyona uğramadan önceki konumlarının yaklaşımı ve '3 x 3' matris ise E_i gerilme matrisidir [22].

Ağdaki her nokta için u, v ve w ötelemeleri hesaplandıktan sonra, ağdaki her nokta için öteleme değeri;

$$d_i = \sqrt{u_i^2 + v_i^2 + w_i^2} \quad (10.47)$$

eşitliği ile hesaplanır [22].

P_i ile P_j noktaları arasındaki bağıl öteleme ise;

$$d_{ij} = \sqrt{(u_j - u_i)^2 + (v_j - v_i)^2 + (w_j - w_i)^2} \quad (10.48)$$

eşitliği ile hesaplanır.

Öteleme değerleri uygun eşik değerler ile karşılaştırılarak ağın robustluğu hakkında karar verilir. Robust bir ağda bütün öteleme değerleri eşik değerlerden daha küçüktür. Bu nedenle ötelemeler mümkün olduğunca küçük olması istenir [22].

10.6 3-B Ağlarda Başlangıç Koşullarının Hesaplanması

Başlangıç koşullarının elde edilmesi için tüm nokta ötelemelerinin normu minimum yapılmalıdır. Bu da;

$$\min_{(X_0, Y_0, Z_0 \in \mathbb{R})} \sum_{i=1}^n u_i^2 + v_i^2 + w_i^2 \quad (10.49)$$

eşitliği ile hesaplanır. Başlangıç koşulları noktanın deformasyona uğramadan önceki konumunu tahmin etmeyi çalışır. Burada başlangıç koşulları ile gerilme parametreleri arasındaki ilişkiyle ilgilenildiği için mutlak terimler kaldırılır. Böylece oluşan denklemler Yetkin (2012)'de ayrıntılı olarak incelenmiştir.

Ağdaki maksimum belirlenemeyen hataların sebep olduğu yer değiştirmeler, başlangıç koşulları hesaplanarak minimize edilmelidir. Bunun için de ağdaki tüm noktaların yer değiştirme vektörü normu minimum olmalıdır.

Norm vektörlerinin minimum yapılması detaylı bir şekilde Berber (2006) da incelenmiştir.

Ağdaki nokta koordinatlarının başlangıç koşulları;

$$\begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix} \quad (10.50)$$

eşitliği ile hesaplanır [22].

10.7 3-B Ağların Eşik Değerleri ve Robustluğu

Jeodezik ağların robustluk analizinde öteleme değerleri elde edildikten sonra ağın belirlenemeyen kaba hatalara karşı robust olup olmadığını belirlemek için ağdaki her noktada eşik değerler hesaplanır. Bu eşik değerler hesaplanan ötelemeler ile karşılaştırılır. Ötelemelerin büyüklük (uzunluk) değerleri kullanılan koordinat sisteminden etkilenmediği için herhangi bir koordinat sisteminde hesaplanabilir [22].

Üç Boyutlu ağlarda dengelenmiş nokta koordinatlarının doğruluğunu kontrol etmek için ortalama hata güven elipsoitleri kullanılır. Ortalama hata elipsoitlerinin A_i, B_i ve C_i yarı eksenleri elipsoidin sırasıyla x, y ve z yönlerindeki yarı eksen uzunluklarını ifade etmektedir. Noktaların eşik değerleri ortalama hata elipsoitleri kullanılarak;

$$\delta_i = \sqrt{A_i^2 + B_i^2 + C_i^2} \quad (10.51)$$

eşitliği ile hesaplanır [22].

Noktanın hesaplanan yer değiştirme(öteleme) ve eşik değerleri karşılaştırılır. Karşılaştırma sonucu eğer $\forall i = 1, 2, \dots, n : p_i : d_i < \delta_i$ ise ağ tercih edilen olasılık seviyesinde robust'tur. Böylece ağın belirlenemeyen kaba hatalara karşı ne kadar güvenilir olduğu belirlenmiş olur. Fakat $p_i : d_i < \delta_i$ olursa ağ p_i noktasında robust olmadığı anlaşılmaktadır. Bu da ağdaki o noktanın gerekli olan robustluk derecesini karşılamadığını gösterir [22].

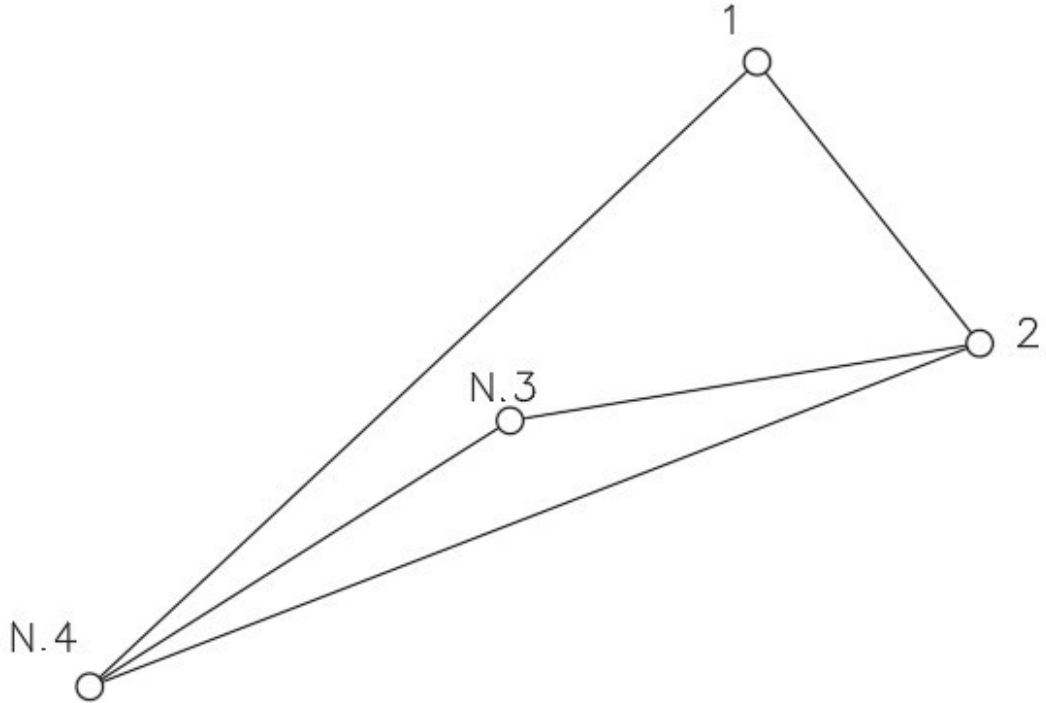
Jeodezik ağın robustluğunu ölçülerin doğruluğu ve ağın dizaynı etkiler. Bu yüzden ağda robust olmayan nokta ya ölçülerin kalitesi artırılarak ya da ağın kontrol edilebilirliği yani ölçü sayısı artırılarak iyileştirilebilir. Noktalardaki gözlemlerin kalitesini artırmak noktanın standart sapmasını doğrudan etkileyeceği için robustluğunu da iyileştirecektir [22].

11. SAYISAL UYGULAMA

11.1 Yersel 3-B Yersel Ağın Robustluk Analizi

11.1.1 Robustluk ölçütlerinin hesaplanması

Bu tez de Şekil 11.1'deki Prof. Dr. Hüseyin Demirel'in Dengeleme Hesabı kitabında uygulama 6.1 örneğindeki ölçüler ve EKKY ile dengelemesi yapılan ağ koordinatları kullanılarak robustluk analizi yapılmıştır. Bunlar yersel x, y, z dik koordinat sisteminde tanımlanan dört noktadan oluşmaktadır. Yersel bir jeodezik ağdaki N.3 ve N.4 noktaları koordinatı bilinen noktalar olup 1. ve 2. nokta koordinatlarını hesaplamak için üç boyutlu ağda yatay doğrultular (r), eğik uzunluklar (D) ve düşey açılar (Z) ölçülmüştür. Ölçüm sırasında kullanılan EUÖ (total station) cihazının uzunluk ölçüleri için standart sapması $\sigma = 5 \text{ mm} + 5 \text{ ppm}$, doğrultu ölçüleri standart sapması bütün ölçüler için eşit olup $\sigma_r = 0.75 \text{ mgon}$ ve düşey açı ölçülerinin standart sapması eşit olup $\sigma_z = 1.50 \text{ mgon}$ olarak ölçümler yapılmıştır [28].



Şekil 11.1. Yersel ölçümler ile kurulmuş jeodezik ağ [28].

Eğik uzunlukların standart sapmaları Tablo 11.1’de gösterilmiştir.

Tablo 11.1. Eğik uzunlukların standart sapmaları (cm) [28].

	σ
$D_{1,2}$	0.73
$D_{1,N.4}$	1.11
$D_{2,1}$	0.73
$D_{2,N.3}$	0.76
$D_{N.4,1}$	1.11
$D_{N.4,N.3}$	0.69
$D_{N.3,2}$	0.76
$D_{N.3,N.4}$	0.69

Ölçülerin yöneltme bilinmeyenleri yok edilmiş (indirgenmiş) düzeltme denklemleri katsayıların denetimi Tablo 11.2’de verilmiştir. Tablo 11.2’deki değerler A katsayılar matrisi olarak kullanılmıştır.

Tablo 11.2. A katsayılar matrisi elemanları [28].

v	δx_1	δy_1	δz_1	δx_2	δy_2	δz_2
$r_{1,2}$	0.2804	0.41	0	-0.1955	-0.6584	0
$r_{1,N.4}$	-0.2804	-0.41	0	0.1955	0.6584	0
$r_{2,1}$	0.2607	0.8779	0	0.1898	-1.3475	0
$r_{2,N.4}$	-0.1304	-0.439	0	0.1471	0.5517	0
$r_{2,N.3}$	-0.1304	-0.439	0	-0.3369	0.7959	0
$r_{N.4,1}$	-0.1131	0.3313	0	0.1446	-0.1941	0
$r_{N.4,N.3}$	0.0566	-0.1656	0	0.1446	-0.1941	0
$r_{N.4,2}$	0.0566	-0.1656	0	-0.2892	0.3882	0
$r_{N.3,2}$	0	0	0	-0.4589	0.4133	0
$r_{N.3,N.4}$	0	0	0	0.4589	-0.4133	0
$D_{1,2}$	0.9572	-0.2843	-0.0543	-0.9572	0.2843	0.0543
$D_{1,N.4}$	0.9463	0.3231	0.0099	0	0	0
$D_{2,1}$	0.9572	-0.2843	-0.0543	-0.9572	0.2843	0.0543
$D_{2,N.3}$	0	0	0	0.6639	0.7372	0.1251
$D_{N.4,1}$	0.9463	0.3231	0.0099	0	0	0
$D_{N.4,N.3}$	0	0	0	0	0	0
$D_{N.3,2}$	0	0	0	0.6639	0.7372	0.1251
$D_{N.3,N.4}$	0	0	0	0	0	0
$Z_{1,2}$	0.0714	-0.0212	1.3697	-0.0714	0.0212	-1.3697
$Z_{1,N.4}$	-0.0049	-0.0017	0.525	0	0	0

Tablo 11.2.(devam). A katsayılar matrisi elemanları [28].

$Z_{2,1}$	-0.0715	0.0212	-1.3697	0.0715	-0.0212	1.3697
$Z_{2,N,3}$	0	0	0	-0.1026	-0.1139	1.2157
$Z_{N,4,1}$	0.0049	0.0017	-0.525	0	0	0
$Z_{N,4,N,3}$	0	0	0	0	0	0
$Z_{N,3,2}$	0	0	0	0.1026	0.1139	-1.2157
$Z_{N,3,N,4}$	0	0	0	0	0	0

Yersel ölçüm yöntemleri ile yapılmış jeodezik bir ağda dengeleme sonucu üretilen koordinatların ne kadar güvenilir ve ne kadar doğru olduğunu, ağın robust olup olmadığı incelenecektir. Şekil 11.1’de görüldüğü üzere dört noktada gözlemler uygun ölçü prosedürleri takip edilerek ölçülmüş olsa bile belirlenemeyen kaba hataların ölçüler üzerinde yanlış sonuçlara neden olacağı önceki bölümlerde detaylıca açıklanmıştır. Bu hataların dengeleme sonuçlarını etkilememesi kaçınılmazdır.

İlk olarak katsayılar matrisi ve ölçülerin ağırlık vektörü kullanılarak her ölçünün redundans sayısı denklem 9.2 ile hesaplanmıştır. Ağdaki ölçülerin redundans sayıları 0-1 arasında değerler almıştır ve kontrol noktaları arasındaki gözlemlerin redundans sayıları ise 1’e eşit çıkmıştır. Tablo 11.3’de tüm ölçüler için hesaplanan redundans sayıları verilmiştir.

Tablo 11.3. Tüm ölçülerin redundans sayıları.

Ölçü	r_i	Ölçü	r_i	Ölçü	r_i	Ölçü	r_i	Ölçü	r_i
$r_{1,2}$	0.87	$r_{N,4,1}$	0.89	$D_{1,2}$	0.60	$D_{N,4,N,3}$	1.00	$Z_{2,1}$	0.56
$r_{1,N,4}$	0.87	$r_{N,4,N,3}$	0.80	$D_{1,N,4}$	0.77	$D_{N,3,2}$	0.62	$Z_{2,N,3}$	0.57
$r_{2,1}$	0.58	$r_{N,4,2}$	0.94	$D_{2,1}$	0.60	$D_{N,3,N,4}$	1.00	$Z_{N,4,1}$	0.88
$r_{2,N,4}$	0.85	$r_{N,3,2}$	0.70	$D_{2,N,3}$	0.62	$Z_{1,2}$	0.56	$Z_{N,4,N,3}$	1.00
$r_{2,N,3}$	0.82	$r_{N,3,N,4}$	0.70	$D_{N,4,1}$	0.77	$Z_{1,N,4}$	0.88	$Z_{N,3,2}$	0.57
								$Z_{N,3,N,4}$	1.00

Her ölçü için hesaplanan redundans sayıları denklem 9.7 kullanılarak ilgili ölçü kümesinin iç güven ölçütü hesaplanmıştır. Ölçü kümeleri sırasıyla eğik uzunluklar, doğrultular ve düşey açılar olarak oluşturulmuştur. Uygulamanın hesaplamalardaki kod satırlarının sıralaması bu şekilde devam etmiştir.

İç güven ölçütleri hesaplanırken ilgili ölçünün redundans sayısı kullanılarak her bir ölçünün iç güvenirliliği hesaplanmıştır. Burada tercih edilen olasılık seviyeleri $\alpha_0=0.10$

ve $\beta_0=0.20$ seçilerek dış merkezlilik parametresi ($\sqrt{\lambda_0} = \delta_0$) 4.135 olarak alınmıştır. Eğik uzunluk, doğrultu ve düşey açıların sırasıyla iç güvenilirlik ölçütleri Tablo 11.4.'te verilmiştir.

Tablo 11.4. İç güvenilirlik ölçütleri (cm).

Ölçü	Δl_i	Ölçü	Δl_i	Ölçü	Δl_i	Ölçü	Δl_i	Ölçü	Δl_i
$r_{1,2}$	3.32	$r_{N.4,1}$	3.30	$D_{1,2}$	3.91	$D_{N.4,N.3}$	2.85	$Z_{2,1}$	8.32
$r_{1,N.4}$	3.32	$r_{N.4,N.3}$	3.47	$D_{1,N.4}$	5.24	$D_{N.3,2}$	3.99	$Z_{2,N.3}$	8.20
$r_{2,1}$	4.09	$r_{N.4,2}$	3.20	$D_{2,1}$	3.91	$D_{N.3,N.4}$	2.85	$Z_{N.4,1}$	6.62
$r_{2,N.4}$	3.36	$r_{N.3,2}$	3.71	$D_{2,N.3}$	3.99	$Z_{1,2}$	8.32	$Z_{N.4,N.3}$	6.20
$r_{2,N.3}$	3.42	$r_{N.3,N.4}$	3.71	$D_{N.4,1}$	5.24	$Z_{1,N.4}$	6.62	$Z_{N.3,2}$	8.20
								$Z_{N.3,N.4}$	6.20

Tablo 11.4'teki iç güvenilirlik ölçütleri her bir ölçüye karşılık gelen değer alınıp denklem 9.9 kullanılarak her noktada tüm ölçüler için (N.4 ve N.3 noktalar arası hariç) dış güvenilirlik vektörü hesaplanmıştır. 1. noktada birinci eğik uzunluk ölçüsü için hesaplanan dış güvenilirlik vektörü Tablo 11.5'te verilmiştir (Bütün ölçüler için hesaplanan dış güvenilirlik sonuçları Ek A.2, Tablo A.1'de verilmiştir).

Tablo 11.5. 1. noktada 1. eğik uzunluk ölçüsünün dış güvenilirlik vektörü (cm).

Ölçü	$\Delta x_i(Dxd1_1)$
Birinci noktada birinci eğik uzunluk vektörü	1.13
	-0.76
	-0.07
	-0.33
	-0.11
	0.06

Birinci noktada birinci eğik uzunluk ölçüsü için dış güvenilirlikler hesaplandıktan sonra K matrisi kullanılarak öteleme bileşeni olan u , v ve w vektörleri denklem 10.23 kullanılarak hesaplanmıştır. Öteleme vektörlerinin birleşimi olan E (3x 3) gerilme matrisi her ölçü için ayrı ayrı denklem 10.28 kullanılarak hesaplanmıştır.

Dış güvenilirlik ölçütü bir vektör olup boyutları dengeleme hesabındaki parametre vektörünün boyutlarıyla aynıdır. Ağdaki her ölçü için bir dış güvenilirlik vektörü elde edilir. Dolayısıyla ağ büyüdükçe yani ölçü sayısı arttıkça daha fazla sayıda dış güvenilirlik vektörü elde edilir. Bu da dış güvenilirlik analizi sonuçlarının

yorumlanmasını güçleştirir. Dış güvenilirlik ölçütünün datuma bağlılığının dışında sahip olduğu bu güçlü robustluk analizinin tercih edilmesinin önemli bir sebebidir [25].

1. nokta için 1. eğik uzunluk ölçüsün de (D_{12}) hesaplanan gerilme matrisinin elemanları Tablo 11.6’da gösterilmiştir.

Tablo 11.6. Birinci noktada birinci eğik uzunluk ölçüsünün gerilme matrisi (Euvw1_1).

Gerilme Matrisi		
0.002200	-0.003523	-0.000505
-0.001088	0.001235	0.000183
-0.000181	0.000354	0.000050

Tablo 11.6’da verilen E matrisi sadece birinci noktadaki birinci ölçü için gerilmeleri ifade etmektedir. E matrisi S ve A matrisleri olan sırasıyla simetrik diferansiyel deformasyonu ve asimetrik diferansiyel deformasyon olarak ikiye ayrılır. 3 x 3 olan bu iki matris kullanılarak her nokta için 3 boyutlu robustluk ölçütleri hesaplanmıştır.

Sırasıyla robustluk ölçütleri; Dilatasyon (ortalama gerilme) ‘10.33’, Saf kesme(xy) ‘10.34’, saf kesme (xz) ‘10.35’, saf kesme (yz) ‘10.36’, basit kesme (xy) ‘10.37’, basit kesme (xz) ‘10.38’, basit kesme (yz) ‘10.39’, diferansiyel dönme (xy) ‘10.40’, diferansiyel dönme (xz) ‘10.41’, diferansiyel dönme (yz) ‘10.42’, toplam kesme (xy) ‘10.43’, toplam kesme (xz) ‘10.44’ ve toplam kesme (yz) ‘10.45’ değerleri denklemler kullanılarak hesaplanmıştır. Robustluk ölçütlerinden birinci noktada birinci eğik uzunluk ölçüsü için hesaplanan robustluk ölçütleri sırasıyla Tablo 11.7’de verilmiştir.

Tablo 11.7. 1. noktada 1. eğik uzunluk ölçütlerinin 13 x 1’lik (ROBUSINESS1_1) vektör değeri (ppm).

σ_i	1161.56	u_{xy_i}	-2305.85	ω_{xz_i}	-162.46	γ_{yz_i}	650.18
τ_{xy_i}	482.67	u_{xz_i}	-342.99	ω_{yz_i}	-85.53		
τ_{xz_i}	1074.97	u_{yz_i}	268.16	γ_{xy_i}	2355.83		
τ_{yz_i}	592.31	ω_{xy_i}	-1217.45	γ_{xz_i}	1128.37		

Jeodezik ağdaki tüm noktalar da eğik uzunluklar, doğrultular ve düşey açı ölçüleri için sırasıyla her ölçüde dış güvenilirlik vektörleri, gerilme matrisleri ve robustluk ölçütleri ayrı ayrı hesaplanmıştır. Tablo 11.8 ve Tablo 11.9’da 1. ve 2. noktalar için tüm ölçülerde hesaplanan robustluk ölçütleri verilmiştir.

Tablo 11.8. 1. nokta için hesaplanan (Roblarbir matrisi) robustluk ölçütleri (ppm).

	σ_i	τ_{xy_i}	τ_{xz_i}	τ_{yz_i}	ν_{xy_i}	ν_{xz_i}	ν_{yz_i}	ω_{xy_i}	ω_{xz_i}	ω_{yz_i}
$D_{1,2}$	1161.56	482.67	1074.97	592.31	2305.85	-342.99	268.16	1217.45	-162.46	-85.53
$D_{1,N.4}$	385.37	527.61	577.19	49.58	-11.26	-18.19	-118.95	-474.30	-65.69	119.75
$D_{2,1}$	1161.56	482.67	1074.97	592.31	2305.85	-342.99	268.16	1217.45	-162.46	-85.53
$D_{2,N.3}$	538.51	-869.33	-82.27	787.05	1154.52	141.88	366.19	800.01	118.98	-154.50
$D_{N.4,1}$	385.37	527.61	577.19	49.58	-11.26	-18.19	-118.95	-474.30	-65.69	119.75
$D_{N.3,2}$	538.51	-869.33	-82.27	787.05	1154.52	141.88	366.19	800.01	118.98	-154.50
$r_{1,2}$	-449.26	1117.10	216.04	-901.06	33.63	-73.39	-100.71	1204.04	-89.46	-158.79
$r_{1,N.4}$	449.26	1117.10	-216.04	901.06	-33.63	73.39	100.71	1204.04	89.46	158.79
$r_{2,1}$	1243.35	2213.60	163.25	2050.35	1098.92	-40.40	-239.44	1462.15	-13.70	-346.91
$r_{2,N.4}$	599.96	1092.05	-90.08	1001.97	-284.16	87.91	118.56	1573.81	86.38	178.41
$r_{2,N.3}$	429.22	-740.00	-44.94	695.06	-629.60	-55.61	79.61	-377.85	-76.36	108.56
$r_{N.4,1}$	-495.48	501.39	-121.28	-622.67	696.38	-37.01	-97.93	1008.13	-0.13	-96.77
$r_{N.4,2}$	197.31	-131.63	85.40	217.03	-390.39	-62.18	11.06	-657.96	-79.74	41.28
$r_{N.3,2}$	-148.34	330.55	55.97	-274.57	-245.42	-171.56	-64.49	2403.23	-181.58	-46.16
$Z_{1,2}$	-204.41	20.29	532.77	512.48	-163.76	2056.76	3117.38	-79.95	2091.93	3135.24
$Z_{1,N.4}$	-30.93	29.71	42.15	12.45	-63.15	726.89	-160.32	-35.61	-740.29	155.17
$Z_{2,1}$	204.38	-20.36	-532.83	-512.48	163.86	2056.75	3117.39	80.08	2091.95	3135.25
$Z_{2,N.3}$	89.80	161.46	-300.78	-462.24	-210.55	270.40	2273.96	-144.30	-317.40	2316.04
$Z_{N.4,1}$	30.93	-29.71	-42.15	-12.45	63.15	-726.89	160.32	35.61	740.29	-155.17
$Z_{N.3,2}$	-89.80	-161.46	300.78	462.24	210.55	-270.40	2273.96	144.30	317.40	2316.04

Tablo 11.8.(devam). 1. nokta için hesaplanan (Roblarbir matrisi) robustluk ölçütleri (ppm).

	γ_{xy_i}	γ_{xz_i}	γ_{yz_i}
$D_{1,2}$	2355.83	1128.37	650.18
$D_{1,N.4}$	527.73	577.48	128.87
$D_{2,1}$	2355.83	1128.37	650.18
$D_{2,N.3}$	1445.22	164.01	868.07
$D_{N.4,1}$	527.73	577.48	128.87
$D_{N.3,2}$	1445.22	164.01	868.07
$r_{1,2}$	1117.61	228.17	906.67
$r_{1,N.4}$	1117.61	228.17	906.67
$r_{2,1}$	2471.36	168.18	2064.28
$r_{2,N.4}$	1128.41	125.87	1008.96
$r_{2,N.3}$	971.59	71.49	699.61
$r_{N.4,1}$	858.10	126.80	630.32
$r_{N.4,2}$	411.99	105.64	217.31
$r_{N.3,2}$	411.70	180.46	282.05
$Z_{1,2}$	165.01	2124.64	3159.22
$Z_{1,N.4}$	69.79	728.11	160.80
$Z_{2,1}$	165.12	2124.65	3159.23
$Z_{2,N.3}$	265.33	404.46	2320.46
$Z_{N.4,1}$	69.79	728.11	160.80
$Z_{N.3,2}$	265.33	404.46	2320.46

Tablo 11.9. 2. nokta için hesaplanan (Roblariki matrisi) robustluk ölçütleri (ppm).

	σ_i	τ_{xy_i}	τ_{xz_i}	τ_{yz_i}	u_{xy_i}	u_{xz_i}	u_{yz_i}	ω_{xy_i}	ω_{xz_i}	ω_{yz_i}
$D_{1,2}$	1485.19	868.96	-488.75	-1357.71	-464.15	13598.18	4743.66	462.62	13463.97	4743.53
$D_{1,N,4}$	-258.01	529.35	1445.27	915.92	235.53	-1861.72	252.96	-236.28	-1877.95	252.99
$D_{2,1}$	1485.19	868.96	-488.75	-1357.71	-464.15	13598.18	4743.66	462.62	13463.97	4743.53
$D_{2,N,3}$	1385.01	80.16	-1917.50	-1997.65	284.92	7544.88	6300.39	-284.81	7453.77	6300.39
$D_{N,4,1}$	-258.01	529.35	1445.27	915.92	235.53	-1861.72	252.96	-236.28	-1877.95	252.99
$D_{N,3,2}$	1385.01	80.16	-1917.50	-1997.65	284.92	7544.88	6300.39	-284.81	7453.77	6300.39
$r_{1,2}$	243.62	143.54	-79.63	-223.17	501.18	-4481.26	-6893.22	-501.50	-4504.94	-6893.21
$r_{1,N,4}$	-243.62	-143.54	79.63	223.17	-501.18	4481.26	6893.22	501.50	4504.94	6893.21
$r_{2,1}$	372.29	147.73	-265.66	-413.39	1012.92	-1402.02	15692.08	1013.15	-1389.40	15692.10
$r_{2,N,4}$	-159.06	-10.24	220.02	230.26	-798.26	4945.86	7669.23	798.42	4952.17	7669.23
$r_{2,N,3}$	-149.42	-113.12	-1.81	111.31	-35.10	-3856.10	5318.77	35.14	-3873.07	5318.79
$r_{N,4,1}$	-97.51	-140.89	-137.23	3.66	770.87	-1213.05	-4786.54	-770.72	-1176.02	-4786.56
$r_{N,4,2}$	-67.68	14.67	130.61	115.94	161.87	-4016.30	1647.10	-162.01	-4029.91	1647.11
$r_{N,3,2}$	-126.60	-118.08	-48.42	69.66	1042.80	10158.66	-2130.23	1042.93	10166.28	-2130.23
$Z_{1,2}$	15965.48	66.17	24080.64	24014.47	-33.86	728.97	473.73	33.75	-2601.05	476.61
$Z_{1,N,4}$	-811.64	2.01	1221.50	1219.49	-16.55	333.98	-163.12	16.54	-1092.00	-162.14
$Z_{2,1}$	-857.14	-66.25	1153.25	1219.49	-16.49	1649.89	-163.12	16.60	223.91	-162.14
$Z_{2,N,3}$	11721.01	-24.80	-17631.06	17606.27	-54.48	-766.88	-1250.46	54.48	-1955.97	-1250.17
$Z_{N,4,1}$	811.64	-2.01	-1221.50	-1219.49	16.55	-333.98	163.12	-16.54	1092.00	162.14
$Z_{N,3,2}$	11721.01	24.80	17631.06	17606.27	54.48	766.88	1250.46	-54.48	1955.97	1250.17

Tablo 11.9.(devam). 2. nokta için hesaplanan (Roblariki matrisi) robustluk ölçütleri (ppm).

	γ_{xy_i}	γ_{xz_i}	γ_{yz_i}
$D_{1,2}$	985.15	13606.96	4934.14
$D_{1,N.4}$	579.39	2356.86	950.21
$D_{2,1}$	985.15	13606.96	4934.14
$D_{2,N.3}$	295.98	7784.73	6609.50
$D_{N.4,1}$	579.39	2356.86	950.21
$D_{N.3,2}$	295.98	7784.73	6609.50
$r_{1,2}$	521.33	4481.97	6896.83
$r_{1,N.4}$	521.33	4481.97	6896.83
$r_{2,1}$	1023.63	1426.97	15697.52
$r_{2,N.4}$	798.33	4950.75	7672.68
$r_{2,N.3}$	118.44	3856.10	5319.94
$r_{N.4,1}$	783.64	1220.79	4786.54
$r_{N.4,2}$	162.54	4018.43	1651.18
$r_{N.3,2}$	1049.46	10158.78	2131.37
$Z_{1,2}$	74.33	24091.67	24019.14
$Z_{1,N.4}$	16.68	1266.34	1230.35
$Z_{2,1}$	68.27	2012.99	1230.35
$Z_{2,N.3}$	59.86	17647.74	17650.62
$Z_{N.4,1}$	16.68	1266.34	1230.35
$Z_{N.3,2}$	59.86	17647.74	17650.62

Tablo 11.9'deki ölçüler için robustluk ölçütleri her noktada hesaplanmıştır. Hesaplanan robustluk ölçütlerinin mutlak değerleri hesaplanarak robustluk ölçütü maksimum olan ölçü o noktanın robustluk değerleri olarak belirlenmiştir. Tablo 11.10'da 1. ve 2. noktaların robustluk ölçütlerinin mutlak değerce en büyük değerleri verilmiştir.

Tablo 11.10. 1. ve 2. noktada robustluk ölçütlerinin maksimum değerleri (ppm).

1.Nokta (ROBmaxbir)		2. Nokta (ROBmaxiki)	
σ_i	1243.35	σ_i	15965.48
τ_{xy_i}	2213.60	τ_{xy_i}	868.96
τ_{xz_i}	1074.97	τ_{xz_i}	24080.64
τ_{yz_i}	2050.35	τ_{yz_i}	24014.47
u_{xy_i}	2305.85	u_{xy_i}	1042.80
u_{xz_i}	2056.76	u_{xz_i}	13598.18
u_{yz_i}	3117.39	u_{yz_i}	15692.08
ω_{xy_i}	2403.23	ω_{xy_i}	1042.93
ω_{xz_i}	2091.95	ω_{xz_i}	13463.97
ω_{yz_i}	3135.25	ω_{yz_i}	15692.10
γ_{xy_i}	2471.36	γ_{xy_i}	1049.46
γ_{xz_i}	2124.65	γ_{xz_i}	24091.67
γ_{yz_i}	3159.23	γ_{yz_i}	24019.14

Ağıdaki noktaların robustluk ölçütleri hesaplanmıştır. İlerleyen bölümde ağıdaki her ölçünün ötelemeleri hesaplanacaktır ve ağıın robustluğu hakkında karar verilecektir.

11.1.2 Ötelemelerin hesaplanması

Jeodezik ağıımızdaki her ölçünün (N.3 – N.4 arası hariç) öteleme değerlerinin hesaplanabilmesi için 10.50 denklemi kullanılarak nokta koordinatlarının başlangıç koşulları hesaplanmıştır. Tablo 11.11’de 1. eğik mesafe ölçüsünün 1. nokta koordinatı başlangıç koşullarının sonuçları verilmiştir.

Tablo 11.11. 1. eğik uzunluk ölçüsünün (XYZ10mesafe) başlangıç koşulları (m).

Başlangıç Koşulları	
X_0	0.0016
Y_0	-0.0342
Z_0	0.3065

Başlangıç koşulları hesaplandıktan sonra ilgili noktanın koordinatlarından çıkartılarak koordinat farkları hesaplanmıştır. Ağıımızdaki 1. noktanın, birinci eğik uzunluk ölçüsünden dolayı mutlak ötelemesi 10.46 denklemi ile hesaplanmıştır. Mutlak ötelemelerde kullanılan ilgili ölçünün gerilme matrisi Tablo 11.6.’da verilmiştir.

Birinci noktada birinci eğik uzunluk ölçüsünün sebep olduğu mutlak öteleme vektörü olan u_i, v_i, w_i vektörü '10.46' ile hesaplanmıştır. Hesaplanan vektör değeri Tablo 11.12'de verilmiştir.

Tablo 11.12. Jeodezik ağdaki dört noktada 1. eğik uzunluk ölçüsünün mutlak öteleme vektörü (uvwlmesafe) (ppm).

	1	2	N.3	N.4
u_i	7031.48	-1156.67	1104.326	11554.41
v_i	-3806.58	-937.595	365.4721	-7128.38
w_i	-535.349	286.6718	-206.425	-768.8

Mutlak öteleme vektörü hesaplanmış olan birinci eğik uzunluk ölçüsünün 1. noktadaki öteleme değeri 10.47 denklemi ile hesaplanmıştır. İki noktanın hesaplanan birinci eğik uzunluk öteleme değeri Tablo 11.13'te verilmiştir.

Tablo 11.13. Birinci eğik uzunluk ölçüsünün noktadaki ötelemesi (otelemE1mesafe vektörü) (ppm).

N. No	d_i
1	8013.637
2	1516.294

Öteleme değerleri ağdaki tüm noktalar için bütün ölçülerde (N.3-N.4 hariç) hesaplanmıştır. Hesaplanan ötelemelerin değerleri Tablo 11.14'te verilmiştir.

Tablo 11.14. Tüm ölçülerin ağ noktalarındaki öteleme değerleri (ppm).

	1	2
$D_{1,2}$	8013.64	1516.29
$D_{1,N,4}$	4862.49	3978.00
$D_{2,1}$	8013.64	1516.29
$D_{2,N,3}$	2732.14	8515.92
$D_{N,4,1}$	4862.49	3978.00
$D_{N,3,2}$	2732.14	8515.92
$r_{1,2}$	4224.74	1636.99
$r_{1,N,4}$	4224.74	1636.99
$r_{2,1}$	8284.39	1366.03
$r_{2,N,4}$	6570.25	3600.99
$r_{2,N,3}$	1063.62	4560.29
$r_{N,4,1}$	6523.39	4021.32
$r_{N,4,2}$	1409.99	3406.07
$r_{N,3,2}$	8857.52	10530.36
$Z_{1,2}$	13525.78	1018.92
$Z_{1,N,4}$	6002.88	5279.57
$Z_{2,1}$	13525.85	5275.00
$Z_{2,N,3}$	5473.17	16200.00
$Z_{N,4,1}$	6002.88	5279.57
$Z_{N,3,2}$	5473.17	16200.00

1. ve 2. noktalarda yapılan ölçümlerin öteleme değerleri Tablo 11.14'te görüldüğü üzere her ölçü çifti için farklıdır. Örneğin 1. ve 2. noktada 4. düşey açı ölçüsü ile 6. Düşey açı ölçüsünden kaynaklanan nokta ötelemeleri karşılıklı gözlemlerde eşittir. Fakat bunu tüm karşılıklı ölçümler için söylememiz doğru olmaz. Çünkü doğrultu ölçülerinde karşılıklı ölçü ötelemeleri noktalarda aynı öteleme değerine eşit değildir. Ayrıca karşılıklı ölçülerin durulan noktadaki öteleme değeri hedef noktasındaki öteleme değerinden daha düşük olduğu tespit edilmiştir.

1. ve 2. noktaların maksimum öteleme değerleri Tablo 11.15'te verilmiştir. Bu ötelemeler 1. noktada üçüncü düşey açı ölçüsü olan $Z_{2,1}$ ölçüsünden kaynaklanırken, 2. noktada dördüncü ve altıncı düşey açı ölçüsü olan sırasıyla $Z_{2,N,3}$, $Z_{N,3,2}$ ölçülerinin ötelemeleri eşit olup bunlardan kaynaklanmaktadır.

Ağımızdaki tüm ölçümlerin noktalar üzerine etki ettiği ötelemeler hesaplandıktan sonra bu ötelemelerin noktadaki maksimum değeri o noktadaki öteleme miktarını verir. Noktalardaki maksimum öteleme miktarı ağın belirlenemeyen kaba hatalara karşı robust olup olmadığını belirlemek için o noktanın eşik değeri ile

karşılaştırılmıştır. $\forall i = 1,2,\dots,n : p_i : d_i < \delta_i$ ise ağ tercih edilen olasılık seviyesinde robust'tur. Bazı noktalar için $d_i > \delta_i$ olursa ağ p_i noktasında robust değildir. Yani bazı ağ noktaları gerekli olasılık düzeyinde ihtiyaç duyulan robustluk derecesini karşılamamaktadır. Noktanın eşik değeri ortalama hata elipsoitlerinin yarı eksenleri olarak belirlenip Hüseyin Demirel (dengeleme Hesabı) kitabında 10.51 denklemi kullanarak hesaplamıştır [28]. Nokta ötelemeleri ve eşik değerlerin karşılaştırılması Tablo 11.15'te verilmiştir.

Tablo 11.15. Nokta ötelemeleri ve eşik değerler (cm).

Nokta	$d_i (cm)$	$\delta_i (cm)$
1	1.35	1.79
2	1.62	1.30

Tablo 11.15'te belirlenemeyen kaba hatalardan dolayı ağıımızdaki iki noktanın öteleme uzunlukları ve eşik değer uzunlukları verilmiştir. Ağıdaki 1. noktanın öteleme değeri eşik değerden düşük olduğu görülmektedir. Bu da 1. noktanın robust olduğunu ifade etmektedir. Yani belirlenemeyen kaba hataların bu nokta üzerindeki etkileri bizim sınır değerlerimizin içinde olup nokta koordinatlarına tamamen güvenebileceğimizi göstermektedir. Fakat 2. noktanın öteleme değeri eşik değerden fazla olduğu için o noktanın robust olduğunu söyleyemeyiz. 2. noktadaki ölçülerin kontrol edilebilirliği yani ölçü sayısı artırılarak veya ölçülerin kalitesi ve doğruluğu artırılarak noktanın robust olması sağlanabilir.

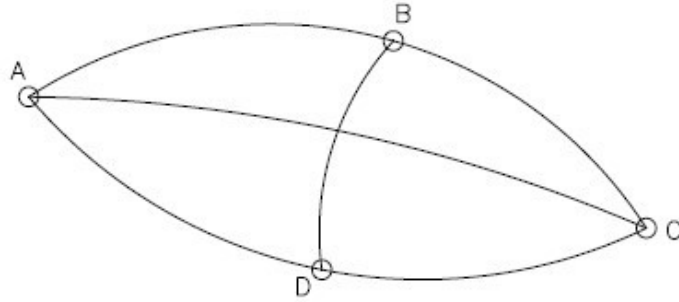
11.2 Geometrik Nivelman Tekniği ile Ölçülen 1-B Yükseklik Ağlarının Robustluk Analizi

11.2.1 Uygulama 1

Tablo 11.16’de yükseklik ağında yapılmış geometrik nivelman ölçümleri ve bu ölçülerin standart sapması verilmiştir. Bu ağın nivelman ağı Şekil 11.2’de verilmiştir. Ağdaki noktaların içerisinde yüksekliği bilinen tek nokta A noktası olup yüksekliği $A = 437.596$ m.’dir [26].

Tablo 11.16. Nivelman ağında yükseklik farkları ve ölçülerin standart sapmaları [26].

Durulan Nokta (i)	Bakılan Nokta (j)	Yükseklik Farkı ΔZ (m)	Standart Sapma σ (m)
A	B	10.509	0.006
B	C	5.360	0.004
C	D	-8.523	0.005
D	A	-7.348	0.003
B	D	-3.167	0.004
A	C	15.881	0.012



Şekil 11.2. Nivelman ağı [26].

Yükseklik ağında ölçülen yükseklik farkları sonucu noktaların yaklaşık yükseklikleri Tablo 11.17’de verilmiştir.

Tablo 11.17. Noktaların yaklaşık yükseklikleri [26].

Nokta No	Dengelenmiş Yükseklik H (m)
B	448.109
C	453.468
D	444.944

Ağdaki her ölçüye ait iç güvenilirlik ölçütleri tercih edilen olasılık seviyeleri α ve β değerleri 0.05 olarak alınmıştır. Seçilen bu olasılık seviyelerine göre dış merkezlilik parametresi ($\sqrt{\lambda_0} = \delta_0$) 3.61 olarak alınmıştır. Ağda yapılan her ölçünün kısmi redundans sayıları denklem 9.2 kullanılarak hesaplanmıştır. Hesaplanan redundans sayıları Tablo 11.18’de verilmiştir. Bu değerler kullanılarakta ağdaki her ölçünün iç güvenilirlik ölçütleri denklem 9.7 kullanılarak hesaplanmıştır ve Tablo 11.19’da verilmiştir.

Tablo 11.18. Ölçülerin kısmi redundans sayıları.

Ölçü No	Kısmi Redundans Sayıları
1 (Z_{AB})	0.6549
2 (Z_{BC})	0.3294
3 (Z_{CD})	0.5092
4 (Z_{DA})	0.1877
5 (Z_{BD})	0.4326
6 (Z_{AC})	0.8862
$\varepsilon = 3$	

Kısmi redundans sayısı ön küçük olan ölçü 4 numaralı ölçüdür. Bu da robustluğu en zayıf olan ölçü olarak görülebilir.

Tablo 11.19. Ölçülerin iç güvenilirlik ölçütleri (m).

Ölçü No.	(Δl)
1 (Z_{AB})	0.0268
2 (Z_{BC})	0.0252
3 (Z_{CD})	0.0253
4 (Z_{DA})	0.0250
5 (Z_{BD})	0.0220
6 (Z_{AC})	0.0460

İç güvenilirlik ölçütleri kullanılarak ağdaki her noktada ilgili ölçünün dış güvenilirlik ölçütleri denklem 9.9 ile hesaplanmıştır. Her ölçüye ait dış güvenilirlik ölçütü Tablo 11.20’de verilmiştir.

Tablo 11.20. Ölçülerdeki dış güvenilirlik ölçütleri (m).

	1. Ölçü	2. Ölçü	3. Ölçü	4. Ölçü	5. Ölçü	6. Ölçü
Δx_i	0.0092	-0.0053	-0.0038	-0.0148	-0.0097	0.0290
	0.0067	0.0116	-0.0108	-0.0159	-0.0046	0.0052
	0.0040	0.0006	0.0016	-0.0203	0.0027	0.0018

Dış güvenilirlik ölçüleri hesaplanırken yüksekliği bilinen yani A noktasının güvenilirliği hesaplanmaz. Bu da gösteriyorki ağın boyutu ne olursa olsun noktaya dair kesin değerler biliniyorsa o noktanın robustluğuna hakkında herhangi bir hesaplama yapılmamaktadır. Ağdaki en düşük redundans sayısının olduğu 4 numaralı ölçüde dış güvenilirlik ölçütlerinin mutlak değerce diğer ölçülerden büyük olduğu görülmektedir. Bunun sebebi 4 numaralı ölçünün redundans sayısının küçük olmasından kaynaklanmaktadır.

Dış güvenilirlik ölçütleri hesaplanan ölçülerde, ilgili ölçüye ait ilgili noktadaki gerilmeler denklem 10.6 ile hesaplanmıştır. Hesaplanan gerilme değerleri Tablo 11.21’de verilmiştir.

Tablo 11.21. Noktalar için dilatasyon değerleri (ppm).

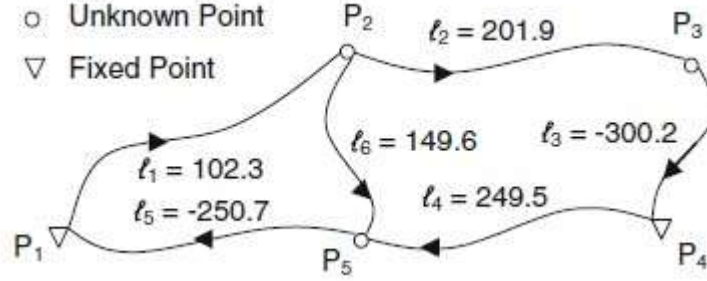
Nokta No	Ölçü Numarası					
	1	2	3	4	5	6
B	492.025	562.423	-681.396	-961.068	-433.238	325.765
C	492.025	562.423	-681.396	-961.068	-433.238	325.765
D	492.025	562.423	-681.396	-961.068	-433.238	325.765

Hesaplanan nokta gerilmelerinin maksimum değerce en büyük olanı o noktanın robustluğunu ifade etmektedir. Gerilmelerin maksimum karşılaştırması ağdaki en robust ve en zayıf noktanın hangisi olduğunu gösterir. Ağda tüm noktalar ölçülerle birbirine bağlı olduğu için ağ geometrisi homojendir. Ağın geometrisi homojen olduğu için robustluk ölçütleri tüm noktalarda eşit çıkmıştır.

11.2.2 Uygulama 2

Şekil 11.3’teki geometrik nivelman ağında 6 tane yükseklik farkı ölçüsü yapılmıştır. Ağ toplam 5 noktadan oluşmaktadır. Bu noktaların ikisinin (P_1 ve P_4) yüksekliği dengelemede sabit tutulmuştur. Bu nivelman ağında Tablo 11.22’de ölçülerin standart sapmaları, ağdaki minimum belirlenebilecek kaba hataların sınır değerleri ve ağın kontroledilebilirlik ölçütleri verilmiştir. Tablo 11.23’te ise her bir ölçüde ilgili noktaya

ait dış güvenirlilik ölçütleri verilmiştir. Bunların hesaplamaları için bakınız (Knight ve ark. 2010) [42].



Şekil 11.3. Geometrik nivelman ağı (m) [42].

Tablo 11.22. Şekil 11.3'teki ağa ait standart sapmalar, belirlenebilir minimum kaba hatalar ve kontrol edilebilirlik değerleri [42].

Nokta No	Standart sapma, σ (m)	Belirlenebilir minimum kaba hatalar, MDB (m)	Kontrol edilebilirlik C_0
1	2.35	2.98	1.27
2	1.97	10.35	5.24
3	0.89	10.35	11.57
4	2.32	2.60	1.12
5	0.45	1.32	2.96
6	1.18	2.59	2.16

Tablo 11.23. Dış güvenirlilik ölçütleri [42].

Nokta No	y_{02} (m)	y_{03} (m)	y_{05} (m)
1	0.11	1.26	0.05
2	4.01	0.10	1.41
3	4.01	10.25	1.41
4	1.04	1.90	0.06
5	1.29	1.54	1.15
6	1.49	1.12	0.40
Max	4.01	10.25	1.41

Ağıdaki her ölçüye karşılık gelen dış güvenirlilik vektörü için robustluk analizi yapılmıştır ve Tablo 11.24'te verilmiştir. Dolayısıyla diğer üç nokta için gerilme matrisi hesaplanmıştır.

Tablo 11.24. Nivelman ağı robustluk analizi (dilatasyon) sonuçları (ppm).

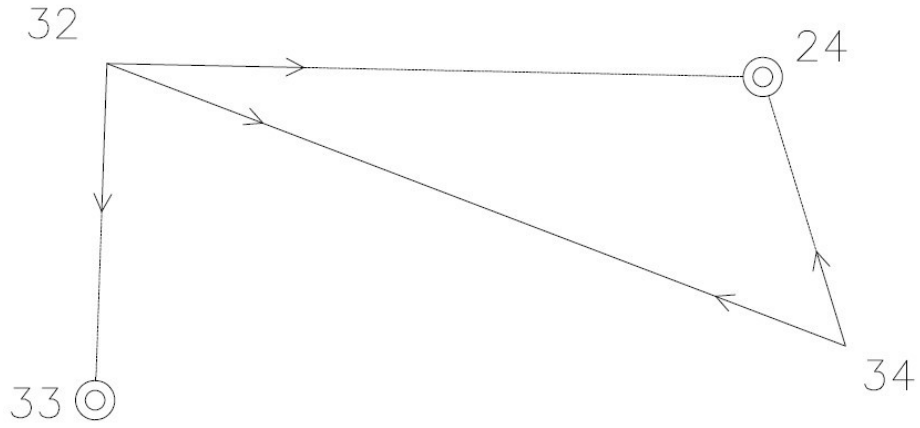
	1	2	3	4	5	6
P2	2985.47	-1941.50	22453.21	3541.19	4046.08	1694.88
P3	4440.24	-2598.61	33662.08	6021.11	4550.73	2902.87
P5	227.048	6693.15	6693.15	551.30	4851.85	2006.79

Bilindiği gibi 1 boyutlu ağlara robustluk analizini uygularken robustluk ölçütü olarak sadece dilatasyon değeri elde edilir. Tabloda P2, P3 ve P5 noktalarına karşılık gelen dilatasyon değerleri verilmiştir. Ağ noktalarının robustluğunu görmek için en büyük dilatasyon değerlerine bakabiliriz. En büyük dilatasyon değerleri Tablo 11.24'te koyu ve italik olarak gösterilmiştir. Buna göre ağda en fazla deformasyona uğrayan nokta diğer bir deyişle belirlenemeyen kaba hatadan en fazla etkilenen nokta P3'tür. P3'ün maksimum dilatasyon değeri 33662.08 ppm.'dir. P2 ve P5'in ise sırasıyla 22453.21 ppm. ve 6693.15 ppm.'dir. Dolayısıyla dilatasyon değeri en düşük olan nokta P5 olduğu için ağdaki en robust nokta P5'tir.

Ağda belirlenemeyen uyuşumsuz ölçü sayısı 2 tane olması durumunda robustluk analizi sonuçlarını değiştirmektedir. Tablo 11.22'de iç güvenilirlik ölçütleri verilmiştir. Tabloda görüldüğü gibi (2-3) ve (3-2) ölçü çiftleri olmak üzere 2 ölçü çifti için iç güvenilirlik değeri ∞ çıkmıştır [24]. Bu nedenle 2 uyuşumsuz ölçü için robustluk analizi yapıldığında dilatasyon değeri ∞ çıkar. Bu da ağın belirlenemeyen 2 uyuşumsuz ölçüye karşı robust olmadığı anlamına gelir.

11.3.3 Uygulama 3

Şekil 11.4'te trigonometrik nivelman yöntemi ile nivelman ağı oluşturulmuştur. Ağdaki 2 nokta (33 ve 34) yüksekliği bilinen noktalar olup 32 ve 34 noktalarının yüksekliği düşey açı ölçümleri yapılarak yükseklikleri hesaplanmıştır. Sabit noktaların yüksekliği, diğer noktaların yaklaşık yüksekliği ve dengelenmiş yükseklikleri Tablo 11.25'te verilmiştir. Trigonometrik nivelman yönteminde ağda yapılan düşey açı ölçümleri ve ölçülerin standart sapması Tablo 11.26'da, ölçülerin A katsayılar matrisi ve P ağırlık matrisi Tablo 11.27'de verilmiştir (Noktalara ait dengeleme işlemi için Hüseyin Demirel Dengeleme Hesabı kitabına bakınız) [28].



Şekil 11.4. Trigonometrik nivelman yöntemi ile oluşturulmuş yükseklik ağı [28].

Tablo 11.25. Nokta yükseklikleri [28].

Nokta No	Sabit Yük. (m)	Yaklaşık Yük. (m)	Dengeli Yük. (m)
24	1274.086	-	-
32	-	1684.0920	1684.1061
33	1566.792	-	-
34	-	1058.0920	1058.1885

Tablo 11.26. Düşey açı ölçüleri ve ölçülerinin standart sapmaları [28].

Durulan Nok.	Bakılan Nok.	Düşey açı Z (gon)	Standart Sapma σ_z (mgon)
32	24	107.36177	1.50
	34	110.9464	1.50
	33	102.1894	1.50
34	32	89.0887	0.75
	24	95.7618	0.75

Tablo 11.27. A katsayılar matrisi ve P ağırlık matrisi [28].

	A matris elemanları		P matrisi
$Z_{32,24}$	0.1775	0	1
$Z_{32,34}$	0.1712	-0.1712	1
$Z_{32,33}$	0.1849	0	1
$Z_{34,32}$	-0.1712	0.1712	4
$Z_{32,24}$	0	0.1964	4

Trigonometrik nivelman ağına ait 5 adet ölçünün dış merkezlik parametresi ($\sqrt{\lambda_0} = \delta_0$) 3.61 olarak alınıp kısmi redundans sayıları ve iç güvenilirlik ölçütleri (belirlenebilir minimum kaba hatalar) Tablo 11.28’de sırasıyla 2. ve 3. sütununda verilmiştir.

Tablo 11.28. Kısmi redundans sayıları ve iç güvenilirlik ölçütleri.

Ölçü No	r_i	iç güvenilirlik ölçütleri (mgon)
1	0.7763	6.15
2	0.8478	5.88
3	0.7573	6.22
4	0.3914	4.33
5	0.2272	5.68

Ağda toplam kısmi redundans sayısı serbestlik derecesine eşittir ve 3'tür. Ağda kısmi redundans sayıları en yüksek olan 3 ölçüde 32. nokta ile ilgilidir. Öte yandan bu 3 ölçünün sadece birisi (2. ölçü) 34. nokta ile ilgilidir. Bununla birlikte iç güvenilirlik ölçütleri en büyük olan 3 ölçüde yine 32. nokta ile ilgilidir. Bu iki noktanın diğer noktalarla doğrudan bağlantılı oldukları ölçü sayısı sırasıyla üç ve ikidir. Bu nedenlerden dolayı Tablo 11.30'da verilen robustluk analizi sonuçlarından da anlaşılacağı gibi ağda güvenilirlik ve robustluk açısından genel olarak bir homojenlik söz konusudur. Örnek vermek gerekirse dilatasyon değeri açısından en robust nokta 32 iken düşey yönlü öteleme açısından en robust nokta 34'tür.

Tablo 11.29'da 5 ölçü için hesaplanan dış güvenilirlik ölçütleri cm biriminde gösterilmiştir. Tablo 11.29'a göre 32. nokta için en büyük dış güvenilirlik ölçütü 5. Ölçüden kaynaklı olarak 15.43 cm'dir. 34. nokta için en büyük güvenilirlik ölçütü ise yine 5. ölçüden kaynaklı olarak 22.35 cm'dir. 5. ölçü kısmi redundans sayısı en küçük olduğu için kontrol edilebilirliği de en kötü olan ölçüdür. Buna karşın standart sapması özellikle ilk 3 ölçüye göre daha iyi olduğu için iç güvenilirlik ölçütü yani belirlenebilir minimum kaba hataların değeri bu 3 ölçüye göre daha iyi çıkmıştır. Oysa bu 3 ölçünün kısmi redundans sayısı oldukça yüksektir. Buradan anlaşılacağı üzere gözlemlerin doğruluğu ve hassasiyeti yani standart sapmaları da güvenilirlik dolayısıyla robustluk analizinde rol oynar.

Tablo 11.29. Dış güvenilirlik ölçütleri (cm).

	1	2	3	4	5
32. nokta	7.7447	3.6659	8.1684	-10.7915	15.4327
34. nokta	3.7727	-1.5609	3.9791	4.5948	22.3509

Dış güvenilirlikleri hesaplanan iki noktadaki tüm ölçülerin dilatasyon değerleri Tablo 11.30'da hesaplanmıştır. Tablo 11.30'da görüldüğü üzere hem 32. hemde 34. nokta

için en büyük dilatasyon değerleri 4. ölçüden kaynaklanmaktadır. Maksimum dilatasyonlar tabloda koyu ve *italik* olarak verilmiştir.

Tablo 11.30. Trigonometrik nivelman ağı dilatasyon değerleri (ppm).

Ölçü No	32. nokta	34. nokta
1	3977.60	7991.92
2	6567.96	8428.07
3	4195.21	8429.15
4	-19334.31	-24810.00
5	-12839.57	-4662.83

Dilatasyon değerlerinden sonra ötelemeler hesaplanmıştır. Tablo 11.31’de görüldüğü gibi en büyük öteleme değerleri 4. ölçüden kaynaklı olup en büyük öteleme değeri 32. nokta için elde edilmiştir. En büyük ötelemeler tabloda koyu ve *italik* olarak gösterilmiştir.

Tablo 11.31. Trigonometrik nivelman ağı öteleme değerleri (cm).

Ölçü No	32. Nokta	34. Nokta
1	2.0	-1.0
2	2.6	-2.0
3	2.2	-4.05
4	-7.5	5.86
5	0.94	2.58

12. SONUÇLAR

Jeodezik ağlar eskiden beri süre gelen askeri, mühendislik ve bilimsel araştırmalar için jeodezi ve fotogrametri alanlarında yaygın olarak kullanılmaktadır. Kurulacak jeodezik bir ağ ilk olarak beklenen gereksinimleri karşılayacak şekilde tasarlanmalıdır. Bu da noktaların tesis edileceği yerler, kullanılacak ölçü aletleri ve ölçülerin duyarlılığı için ölçü planının iyi yapılması ile mümkündür. GPS ağlarında multipath gibi bozucu etkilerin az olduğu bölgeler seçilmeliyken yersel ağlarda ise ağ noktalarının birbirini görmesine dikkat edilmelidir. Ağdaki noktalar kolay ulaşılabilir yerlere sağlam zeminlere ve güvenli alanlara tesis edilmelidir.

Jeodezik ağın noktaları tesis edildikten sonra uygun ölçü koşullarında ölçü prosedürlerine uyularak ölçümler yapılır. Ölçümlerde kullanılacak elektronik uzunluk ölçer (total station) istenilen hassasiyette ölçüler yapabilmelidir. Ayrıca cihazın kalibrasyonları da yapılmış olmalıdır. Tekrarlı ve ağın hitap edeceği sınıfa göre gerekli ölçümler yapılarak arazi aşaması tamamlanır.

Ölçülerin dengelenmesinde en küçük kareler yöntemi kullanılır. EKKY ölçülerin dağılımı hakkında herhangi bir bilgi vermez. EKKY düzeltmelerin kareleri toplamı metodunu kullandığı için bir noktadaki kaba hatayı tüm ölçülere yaymaktadır. Bu yüzden dengeleme sonucunda nokta koordinatları hala kaba hata içermektedir. Ölçülerdeki bu kaba hatalar yani uyuşumsuz ölçüler dengelemenin ve ağın sağlığı için belirlenmeli ve elimine edilmelidir. Bu da uyuşumsuz ölçü testleri ve robust teknikler kullanılarak elde edilebilir.

Günümüzde birçok uyuşumsuz ölçü testi kullanılmaktadır. Fakat bunların en önemli olanları Baarda ve Pope'ye ait olanlarıdır. Baarda ve Pope diğerlerinden farklı olarak düzeltmelerin standartlaştırılmasında, önce öncül varyans sonra soncul varyans faktörlerini kullanmaktadırlar. Böylece iteratif olarak hipotez testleri sonucu uyuşumsuz ölçüler belirlenir. Uyuşumsuz çıkan ölçü test sonunda atılır ve ağ yeniden dengelenir. Bu iterasyon sonunda bir tane uyuşumsuz ölçü belirlenebilir. Bu iterasyon ağda hiç uyuşumsuz ölçü çıkmayana kadar tekrarlanır. Fakat ağın şeklinde bozulmalar olabilir. Ağın geometrik olarak bozulması Baarda'nın iç güvenirlilik ölçütlerini

kullanılarak kaba hataların minimum sınır değerlerinin belirlenebileceği sonuçları etkileyebilir.

Uyuşumsuz ölçüleri belirlemeye yönelik robust kestirimlerde kullanılabilir. Bunlardan en önemli olanları M- Kestirim yöntemleri, Danimarka yöntemi ve L1 norm yöntemleridir. M- Kestirim ve Danimarka yöntemi iteratif ağırlıklandırılmalı EKKY algoritmasını kullanarak ağırlık fonksiyonlarından yararlanırlar. Fakat L1 norm EKKY ile üretilen sonuçları kullanmamaktadır.

EKKY hataları ölçüler üzerine yayma etkisinden dolayı hem klasik uyuşumsuz ölçü testleri hem de robust yöntemler bu olaydan olumsuz bir şekilde etkilenirler. Bu yüzden EKKY ile üretilen ölçü düzeltmeleri çoğu zaman hata barındırdığı için yanıltıcı olabilir. Böylece aslında sağlam olan bir ölçü yayma etkisinden dolayı kötü bir ölçü olarak algılanabilir veya tam tersi de olabilir.

Jeodezik ağı için güvenilirliği için hesaplanan kısmi redundans sayıları sıfır ile bir arasında değerler almaktadır. Kısmi redundans değerleri her bir ölçü için hesaplanır. Bu değerlerin diğer ölçülere göre oldukça küçük olanı kaldıraç noktasını ifade etmektedir. Bu yüzden EKKY uyuşumsuz ölçülerden farklı olarak kaldıraç noktası problemlerinden olumsuz bir şekilde etkilenmektedir.

Kısmi redundans sayısı küçük olan ölçüde kaba hata yapılmışsa bu ölçünün uyuşumsuz olduğunu belirlemek güçleşir. Ayrıca ölçünün sonuçlar üzerindeki hata payı artmış olacaktır. Çünkü jeodezik ağlar için redundans sayıları ne kadar bire yakınsa ağı güvenilirliği o kadar artmaktadır. Bu yüzden bu probleme karşı BIBER kestirici veya LMS gibi yüksek kırılma noktalı kestiriciler kullanılmalıdır.

Jeodezik ağlarda ölçüler hem doğruluk hem de hassasiyet açısından önemlidir. Ölçüler doğru olabilir fakat hassas değildir veya doğru olmayıp hassas olabilirler. Jeodezik ağlar için ölçülerin hem hassas hem de doğru olması beklenilmektedir. Bunun için ağların optimizasyonu ve uyuşumsuz ölçülerin belirlenmesi önemlidir. Diğer bir konu ise ağı kalite kontrolüdür. Jeodezik ağların kalitesi genellikle rastgele hatalar ve kaba hatalar tarafından belirlenir. Rastgele hatalar kovaryans analizi (duyarlık analizi) ile ölçülür. Kaba hatalar ise güvenilirlik analizi ile ölçülmektedir.

Kovaryans analizi EKKY ile dengelemenin bir ürünü olan güven bölgeleri ve güven aralıkları gibi ölçüleri kullanır. Duyarlık ölçüleri 2-B ağlarda güven elipsleri, 3-B

ağlarda ise güven elipsoidleri olarak kullanılır. Kovaryans analizi ağın datumuna bağlı olduğu için güven elipslerinin boyutları datum noktasından uzaklaştıkça artar.

Baarda'nın güvenilirlik analizi ile ağın iç ve dış güvenilirlik ölçütleri elde edilir. İç güvenilirlik ölçütü ağdaki her bir ölçü için belirlenebilir minimum kaba hata sınırını tanımlar. Dış güvenilirlik ölçütü ise belirlenemeyen maximum kaba hataların bilinmeyen parametre kestirimleri üzerindeki etkisini tanımlar. Baarda'nın güvenilirlik analizi ile belirlenemeyen kaba hataların ağı ne kadar etkilediği yani ağın robust olup olmadığını robustluk analizi belirleyebilir. Robustluk analizi dış güvenilirliği ve gerilme matrislerini kullanarak iç güvenilirlik analizi sonucu elde edilen maksimum belirlenemeyen hataların sebep olduğu deformasyonlara karşı ağın robustluğunu ölçer.

Gerilme tekniği noktaların belirlenemeyen kaba hatalar tarafından oluşan deformasyonu tanımlayarak ağın robustluğunun ölçülmesini sağlamaktadır. Bu teknik ağın geometrisi ve ölçümlerin doğruluğunu bire bir yansıtmaktadır. Robustluk analizinde her bir ölçü için hesaplanan dış güvenilirlik ölçüleri konumun birer fonksiyonu olan öteleme alanı olarak kullanılır. Öteleme alanın konuma göre gradyanının hesaplanması gerilme matrisini oluşturabilir. Gerilme matrisi deformasyon ölçütleri olarak ifade edilen dilatasyon toplam kesme (Total share) ve lokal kesme (Simple share) parametreleri ağdaki her ölçü için hesaplanır. Robustluk ölçütleri olarak bilinen bu parametrelerden mutlak değerce en büyük olanı ilgili noktanın robustluk ölçütüdür. Parametreler ağdaki hangi noktada daha küçükse o nokta diğerlerine göre daha robusttur ve belirlenemeyen kaba hatalara karşı daha dirençlidir.

Gerilme analizi ile öteleme alanından gerilme alanına geçiş yapılır. Robustluk analizi, Baarda testi ile belirlenemeyen maksimum hataların sebep olduğu deformasyonları belirleme imkânı vermektedir. Ayrıca bir ağın robust olup olmadığını belirleyebilmek için nokta öteleme değerlerinin, o noktadaki eşik değerlerle karşılaştırılmalıdır. Bu yüzden robustluk analizindeki gerilme alanından tekrar öteleme alanına geçilmelidir. Ötelemelerin hesaplanabilmesi için noktaların deformasyona uğramadan önceki konumlarını tahmin eden başlangıç koşullarına ihtiyaç duyulur. Başlangıç koşulları ağdaki tüm noktaların öteleme vektörleri normunun minimum yapılması ile elde edilebilir. 2-B ve 3-B ağlarda klasik duyarlılık analizi sonucu elde edilen güven elipsleri

ve güven elipsoidleri robustluk analizinde eşik değerler olarak kullanılabilir. Ağdaki tüm noktaların ötelemeleri bu eşik değerlerden küçükse ağ robust değilse ağın robust olmadığı düşünülür.

Kısmi redundans sayıları bir ağda ne kadar büyükse robustluğunda o kadar yüksek olması beklenebilir. Ağda robust olmayan noktaların kısmi redundans sayılarına bakıldığında düşük olduğu görülmektedir. Ağın robustluğunu artırabilmek için ölçü sayısı artırılabilir. Ayrıca daha duyarlı bir alet kullanılarak robustluk ölçütü değerleri düşürülebilir. Ölçü sayısı ve aletin duyarlılığı doğrudan ölçünün standart sapmasını etkilediği için redundans sayısını yükseltir. Bu da ağda zayıf olan noktanın iyileştirilmesini sağlayabilir.

Robustluk analizi uygulaması literatürde sadece GPS ağlarında yapılmıştır. Tez çalışmasında EKKY ile ağ dengelemesi yapılmış ve dengeleme sonucu üretilen güven elipsoid yarıçapları hesaplanan 3-B yersel jeodezik bir ağın robustluğu incelenmiştir. Ayrıca yine literatürde uygulaması yapılmamış olan 1-B yükseklik ağlarında da bu tez çalışmasında robustluk analizi uygulanmıştır.

Matlab programında 3-B yersel ağın ağırlık matrisi ve nokta koordinatları kullanılarak robustluk analizi için redundans sayıları hesaplanmıştır. Ağdaki sabit noktalar arasında yapılan gözlemlerin redundans sayıları 1'e eşit ve 1'e çok yakın değerler olduğu görülmüştür. Ağda diğer noktalar arasında yapılan karşılıklı gözlemlerin redundans sayılarının eşit olmadığı da gözlemlenmiştir. Örneğin $r_{1,2}$ doğrultu ölçüsü ile $r_{2,1}$ doğrultu ölçüsü redundans sayılarının eşit eşit değildir. Redundans sayılarındaki bu farklılıkların sebebi ağırlık matrisinden kaynaklanmaktadır. Redundans sayıları 1'e yaklaştıkça ağın robustluğu artmaktadır. Ağdaki 26 ölçünün her birinde hesaplanan bu değerlerden en küçüğü $Z_{1,2}$ ile $Z_{2,1}$ düşey açı ölçüsüdür. Redundans sayısı küçük olan ölçü veya ölçülerin uygun ölçü prosedürleriyle ölçülerek ağ yeniden dengelenmelidir.

Redundans sayısı hesaplanan gözlemlerin güvenilirlik ölçütlerini hesaplamak için α_0 ve β_0 olasılıkları seçilmiştir. Olasılık değerlerinin seçimi önemlidir. Çünkü olasılık değerleri küçük seçilirse λ_0 dış merkezlilik parametresini büyütür. Ayrıca büyük seçmekte dış merkezlilik parametresini küçültmektedir. Dış merkezlilik parametresinin büyük olması MBH değerini büyüttüğü için uyumsuz ölçü

belirlemeyi güçleştirir. Bu da ağın robustluğunu etkiler. Dış merkezlilik parametre değeri olarak en yaygın kullanılan 4.135 değeri seçilmiştir.

3-B yersel ağda tüm ölçüler için 26 tane iç güvenilirlik ölçütü cm. biriminde hesaplanmıştır. İç güvenilirlik sonuçlarını etkileyeceği için hesaba katılan tüm sayı değerlerinin birimi aynı olmalıdır.

3-B ağda sabit noktalar arasındaki gözlemler hariç 20 tane ölçünün dış güvenilirlikleri hesaplanmıştır. Burada K matrisi bileşenleri olan u , v , w vektörlerinden ilgili vektördeki dış güvenilirlik ölçütü değerleri kullanılmalıdır. Yani 1. noktada 1. ölçü için hesaplanan $[6 \times 1]$ 'lik dış güvenilirlik vektöründeki ilgili öteleme bileşenin değeri alınmalıdır. Bu da 1. nokta için ilk 3 satırı, 2. nokta için son 3 satırı ifade eder. N.4 noktası sabit nokta olduğu için gerilme matrisi hesabında dış güvenilirlik ölçütleri olarak değeri '0' alınmalıdır. Ayrıca K matrisindeki koordinat farkları sıralaması ile gerilme matrisi hesap sıralaması da aynı olmalıdır.

Örneğin K2 matrisinde $[t+1]$ koordinat farkı matrisinin (1-2,2-3,4-2) sıralaması ile dış güvenilirlik vektörü satır sıralaması aynı olmalıdır. 2. noktada 1. mesafe ölçüsü için yöneltme sıralaması $i=2, j=1,3,4$ olduğundan dolayı u öteleme vektörü $[Dxd2_1(4,1); Dxd2_2(1,1);0;0]$ şeklinde olmalıdır. $Dxd2_1$ matris elemanları 2. noktada 1. mesafe ölçüsünün $[6 \times 1]$ 'lik dış güvenilirlik vektör değerleridir.

Dış güvenilirlik ölçüleri sonucunda her ölçü için hesaplanan $[3 \times 3]$ 'lük gerilme vektörleri kullanılarak çok küçük sayısal değerler olan dilatasyon, saf kesme, basit kesme, diferansiyel dönme ve toplam kesme değerleri olan $[13 \times 1]$ 'lik 20 tane robustluk ölçütü hesaplanmıştır.

Ağ dengelemesi öteleme alanı üzerinden işlemler yapmaktadır. Robustluk analizi için ağı öteleme alanından gerilme alanına taşınmalıdır. Dış güvenilirlik analizi ile gerilme alanına taşınan ağda böylelikle her ölçünün gerilme değeri hesaplanmıştır. Gerilme alanında olan yersel ağımızı her ölçünün $[3 \times 3]$ 'lük gerilme matrisi kullanılarak noktaların deformasyona uğramadan önceki konumunu tahmin etmek için her noktada 20 tane başlangıç koşulu hesaplanmıştır. Başlangıç koşulları kullanılarak noktalardaki maksimum öteleme değerleri hesaplanmıştır. Bu da şunu göstermektedir; gerilme alanında olan 3-B yersel jeodezik ağımızı tekrar öteleme alanına taşıdığımız anlamına gelmektedir.

Nokta ötelemelerinde 1. noktada ötelemeye sebep olan ölçü $Z_{1,2}$ düşey açı ölçüsü iken, 2. noktadaki ötelemeye sebep olan ölçüler ise $Z_{2,N,3}$ ve $Z_{N,3,2}$ düşey açı ölçüleridir. Bu da redundans sayısı küçük olan ölçülerin robustluğu etkilediğini ve o ölçünün robust olamayacağını kanıtlamaktadır.

Nokta ötelemeleri güven elipsoit yarı eksen uzunlukları ile karşılaştırılmıştır. Karşılaştırma sonucu 3-B ağımda 1. nokta öteleme değeri eşik değerinden küçük olup tercih ettiğimiz olasılık seviyesinde de robusttur. Fakat 2. nokta öteleme değeri eşik değerinden büyük olduğu için tercih ettiğimiz olasılık seviyesinde robust olmadığı gözlemlenmiştir. Bu da 3-B yersel ağıımızın MBH'a karşı zayıf olduğunu göstermektedir. Bu yüzden ağda zayıf olan ölçünün uygun ölçü prosedürleriyle tekrar ölçülerek dengelemenin yeniden yapıp robustluk analizi tekrarlanmalıdır. Böylelikle ağ uyumsuz ölçülere karşı daha sağlam hale gelecektir.

Bu tez çalışmasında yine literatürde olmayan 1-B yersel yükseklik ağlarının robustluk analizi yapılmıştır. 1-B yükseklik ağlarında 3-B ağlardan farklı olarak bir tane robustluk ölçüsü hesaplanmaktadır. Bu da dilatasyon ölçütüdür. Yükseklik ağlarında noktalar arası kot farkı çok az olduğunda gerilme büyük çıkabilir ve sonuçlar yanlış olabilir. Bu yüzden sonlu gerilme yöntemi kullanılmalıdır [22].

1-B yükseklik ağlarında 3-B yersel ağdan farklı olarak α_0 ve β_0 olasılık seviyeleri 0,05 seçilip dış merkezlik parametresi 3.61 olarak alınmıştır. 3-B ağda olduğu gibi 1-B yükseklik ağlarında da yüksekliği bilinen sabit noktanın robustluğu hesaplanmamaktadır.

Geometrik nivelman ve trigonometrik nivelman teknikleri ile oluşturulan üç tane yersel ağın robustluğu incelenmiştir. Ağlarda yüksekliği bilinen noktalar hariç tüm noktalarda bütün ölçüler için dış güvenilirlik ölçütleri hesaplanmıştır. Ardından robustluk ölçütü olan dilatasyon ölçütleri hesaplanmıştır. Dilatasyon ölçütlerinin maksimum değerce en büyük olanı o ağdaki zayıf ölçüyü işaret etmektedir. 1-B yersel yükseklik ağlarında dilatasyon değeri maksimumca en büyük olan ölçü aynı şekilde gerilme değerini de etkilemektedir. Bu yüzden ağlardaki dilatasyonu büyük olan ölçünün gerilme değeri de büyük çıkmaktadır. Böylece ağ içerisinde gerilme değeri büyük olan ölçünün zayıf olduğu anlaşılmaktadır. Ağın sağlamlığını etkileyen bu ölçü

veya ölçüler uygun ölçü prosedürlerine uyularak sahada tekrarlanmalı ve yeniden robustluk analizi yapılmalıdır.

Robustluk analizleri ölçü kümesinde bir tane uyuşumsuz ölçü olduğu düşünülerek yapılmıştır. Fakat 1-B yükseklik ağında ölçü kümesinde iki tane uyuşumsuz ölçü olduğu varsayılarakta robustluk analizi yapılmıştır. Burada uyuşumsuz olan iki ölçü çiftinin iç güvenilirlik sonuçlarının sonsuz olduğu tespit edilmiştir. Buna bağlı olarak dış güvenilirlik vektör sonuçlarıda aynı ölçü çiftlerinde sonsuza gitmektedir.

Bu çalışmada ele alınan 1-B ve 3-B yersel ağların robustluk analizleri gösteriyor ki günümüzde birçok haritacılık alanında kullanılmalıdır. Özellikle hassasiyeti ve doğruluğu yüksek olan sanat yapılarının yapım aşamasındaki ağlarda kullanılmalıdır. Örneğin büyük viyadükler, tüneller, barajlar ve asma köprüler başta olmak üzere birçok alanda dengelemeye ek olarak kullanılmalıdır.

Robustluk analizi dengeleme programlarına dâhil edilerek daha sağlıklı ağlar üretilebilir. Hatta tüneller gibi sürekli açık poligon şeklinde ilerleyen ölçümlerde kullanılan EUÖ cihazlarına dengeleme ve robustluk analizi programları entegre edilerek anlık hassasiyeti ve doğruluğu yüksek daha sağlıklı imalatlar yapılabilir.

REFERANSLAR

1. Baarda, W., Statistical concepts in geodesy, Publications on Geodesy, *Netherlands Geodetic Commission*, Netherlands. Delft: 1967; New Series, vol:2, no:4.
2. Baarda, W., A testing procedure for use in geodetic networks, Publications on Geodesy, *Netherlands Geodetic Commission*, Netherlands. Delft:1968; New Series, vol:2, no:5.
3. Huber, P.J. Robust Statistics. New York: Wiley;1981.
4. Hampel, F., Ronchetti, E., Rousseeuw, P., Stahel, W. Robust Statistics: The Approach Based on Influence Functions, New York: Wiley; 1986.
5. Rousseeuw, P.J., Leroy, A.M., Robust Regression and Outlier Detection, New York: Wiley ;1987.
6. Koch, K.R., Parameter estimation and hypothesis testing in linear models, 2nd edn., Berlin: *Springer*; 1999.
7. Xu, P. On Robust Estimation with Correlated Observations. *Bull Geod.* 1989; 63:237-252
8. Seemkoeei, A.A. Formulation of L1 Norm Minimization in Gauss-Markov Models. *Journal of Surveying Engineering.* 2003;129(1):37-43.
9. Hekimoglu, S. Application of Equiredundancy Design to M-Estimation. *Journal of Surveying Engineering:* 1998; 124(3):103-124.
10. Huber, P.J. Robust estimation of a location parameter, *Ann Math Statist:* ., 1964; 35:73-101.
11. Yang Y, Song L, Xu T. Robust Estimator for Correlated Observations based on Bifactor Equivalent Weights, *Journal of Geodesy*, 2002;76:353-358.
12. Hekimoglu S, Berber M. Effectiveness of Robust Methods in Heterogeneous Linear Models. *Journal of Geodesy.*2003;76(11-12):706-713.
13. Hekimoğlu, S. and Erenoğlu, R.C., Effect of heteroscedasticity and heterogeneity on outlier detection for geodetic networks, *Journal of geodesy*, 2007;81(2):137-148.
14. Guo, J., Ou, J. and Wang, H., Robust estimation for correlated observations: two local sensitivity-based downweighting strategies, *Journal of geodesy*, 2010; 84, 243-250.
15. Yetkin, M. ve İnal, C., Jeodezik ağlarda L1 norm minimizasyonu: yükseklik ağı örneği, *Harita dergisi:* 2010; 143:13-18.
16. Thapa, K., Strain as a Diagnostic Tool to Identify Inconsistent Observations and Constraints in Horizontal Geodetic Networks, *University of New Brunswick, Department of Surveying Engineering*, Fredericton, NB, Canada: 1980; Technical Report: No. 68.
17. Vaníček, P., Thapa, K. and Schneider, D., The use of strain to identify incompatible observations and constraints in horizontal geodetic networks, *Manuscripta Geodaetica*, 6: 1981; 257-281.
18. Dare, P. and Vaníček, P., Strength analysis of horizontal networks using strain, *Proceedings of the meeting of FIG study group 5b, Survey Control Networks*, Aalborg University Center, Denmark: 1982; July 7-19.
19. Dare, P., Strength analysis of horizontal networks using strain, Survey Science Tech. Rep. 2, *University of Toronto*, Erindale Campus, Mississauga, Ontario: 1983.

20. Krakiwsky EJ, Vaníček P and Szabo D. Further development and testing of robustness analysis, *Geomatics Canada, Geodetic Survey Division*, Ottawa,1993; Contract Report No. 93-001.
21. Vaníček P, Craymer MR and Krakiwsk EJ. Robustness analysis of geodetic horizontal networks, *Journal of geodesy*, 2001;75: 199-209.
22. Berber M. Robustness Analysis of Geodetic Networks: Ph.D. dissertation. Dept. of Geodesy and Geomatics Engineering: Univ. of New Brunswick; 2006.
23. Ghilani CD and Wolf PR. Elementary Surveying; An Introduction to Geomatics Engineering, *Pearson Prentice Hall*, Upper Saddle River, New Jersey; 2008.
24. Yetkin M. GNSS Gözlemlerinin Robust Kestirim ve Robustluk Analizi Yöntemleriyle Değerlendirilmesi Üzerine Bir İnceleme: Selçuk Üniversitesi; 2012.
25. Yetkin M. Gps Aglarının Optimal Tasarımı Ve Robust İstatistik Yöntemlerin Kullanılabilirliği: Selçuk Üniversitesi; 2008.
26. Ghilani CD. Adjustment Computations: Spatial Data Analysis. 5th ed. New Jersey: John Wiley & Sons; 2010.
27. Kuang S. Geodetic Network Analysis and Optimal Design: Concepts and Applications. Michigan: Ann Arbor Press, Ann Arbor; 1996.
28. Demirel H. Dengeleme Hesabı: 3. Baskı.İstanbul: Yıldız Teknik Üniversitesi Basın-Yayın Merkezi;2009.
29. Karadeniz Teknik Üniversitesi. *Avesis: Dengeleme Hesabı I*. <https://avesis.ktu.edu.tr/mualla/dokumanlar> [05.11.2019]
30. Berné Valero JL, Baselga Moreno S. Robust estimation in geodetic networks, *Física de la Tierra*. 2005; 17: 7-22.
31. Berber M, Hekimoglu S. What is the Reliability of Conventional Outlier Detection and Robust Estimation in Trilateration Networks? *Survey Review*. 2003; 37, 290.
32. Yetkin M, Berber M. Application of the Sign-Constrained Robust Least-Squares Method to Surveying Networks. *ASCE Journal of Surveying Engineering*. 2013; 139(1):59-65.
33. Yetkin M, Berber M. Implementation of robust estimation in GPS networks using the Artificial Bee Colony algorithm. *Earth Science Informatics*. 2014; 7(1):39-46.
34. Yetkin M. Application of robust estimation in geodesy using the harmony search algorithm. *Journal of Spatial Science*; 2018; 63(1): 63-73.
35. Hekimoglu S, Erenoglu RC. Effect of Heteroscedasticity and Heterogeneous on Outlier Detection for Geodetic Networks. *Journal of Geodesy*.2006;81:137-148.
36. Berber M. Kenar Aglarında Uyusumsuz Ölçülerin Klasik Uyusumsuz Ölçü Testleri ve M-Kestirimi ile Belirlenmesi ve Karşılaştırılması: Y.T.Ü.;1997.
37. Erenoğlu RC. Jeodezik Ağlarda Uyuşumsuz Ölçülerin Robust Yöntemlerle ve Uyuşumsuz Ölçü Testleriyle Belirlenmesi ve Birbirleriyle Karşılaştırılması: Y.T.Ü.; 2003.
38. Leick A. GPS Satellite Surveying. 2st. New York: John Wiley & Sons;2004.
39. Wicki F. Robust Estimator for the Adjustment of Geodetic Networks. In: A. Carosio, H. Kutterer (eds): Non-probabilistic assessment in geodetic data analysis, Proceedings of the first International Symposium on Robust Statistics and Fuzzy Techniques in Geodesy and GIS. Report of the Institute of Geodesy and Photogrammetry of the ETH Zürich, 2001; No. 295, 53-60 120.

40. Steeves RR. Mathematical Models for Use in the Readjustment of the North American Geodetic Networks. *Geodetic Survey of Canada Technical Report No. 1*, Ottawa, 1984.
41. Schaffrin B. Reliability measures for correlated observations, *Journal of surveying engineering*, 1997; 123(3), 126-137.
42. Knight NL, Wang J. and Rizos C. Generalised measures of reliability for multiple outliers, *Journal of geodesy*, 2010; 84(10):625-635.
43. Vaníček P and Krakiwsky EJ. Geodesy: The Concepts. 2sh. Amsterdam: *Elsevier Science Publishers B.V.*; 1986.
44. Berber M, Vaníček P and Dare P. Fundamentals of robustness analysis. Netherlands: *Shaker-Publishing BV*; 2008.
45. Wang J and Chen Y. On the reliability measure of observations, *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 1994; English edition, 42-51.
46. Wieser A. Robust and fuzzy techniques for parameter estimation and quality assessment in GPS: *TU Graz, Ingenieurgeodäsie, Shaker Verlag, Aachen*; 2002.
47. Yetkin M, Berber M, İnal C. Importance of Probability Levels for Robustness Analysis of Geodetic Networks. *Survey Review*. 2014; 3(1): 132-141.
48. Vaníček P, Grafarend EW and Berber M. Short note: strain invariants, *Journal of geodesy*, 2008; 82: 263-268.
49. Hsu R., Li S. Decomposition of Deformation Primitives of Horizontally Geodetic Networks: Application to Taiwan's GPS Network. *Journal of Geodesy*. 2004; 78:251-262.

EKLER

EK A. 3-B Yersel Jeodezik Ağın MATLAB Programında Robustluk Analizi

Ek A.1. İç güvenilirlik vektörünün hesaplanması

Hüseyin DEMİREL DENGELEME HESABI kitabında 3-B yersel bir jeodezik ağın ölçümleri ve ağırlık matrisi verilmiştir. A 'katsayılar' matrisi ilk olarak programa tanıtılır. P vektörü noktalardaki her bir ölçünün sırasıyla doğrultu, düşey uzunluk ve düşey açı ölçülerinin ağırlıklarını vermektedir. Redundans matrisi olan R matrisinin diyagonalı alınarak kısmi redundans sayıları olan 'r' vektörü hesaplanmıştır. Programdaki kodlama;

```
%%-- A Matrisini Yükleyiniz!!!
p=[1 1 1 1 1 1 1 1 1 1.05 0.46 1.05 0.97 0.46 1.17 0.97 1.17 0.25 0.25 0.25 0.25 0.25
0.25 0.25 0.25 ];
P=diag(p);
I=eye(26,26);
R=I-A*inv(A'*P*A)*A'*P;
r=diag(R);
f=sum(r);
K1=[1,0,0,0;1,(4233954.65-4234398.905),(603281.393-603149.455),(314726.009-
314700.795);1,(4233251.521-4234398.905),(602757.709-603149.455),(314668.776-
314700.795)];
K2=[1,0,0,0;1,(4234398.905-4233954.650),(603149.455-603281.393),(314700.795-
314726.009);1,(4233609.707-4233954.65),(602898.394-60381.393),(314661.024-
314726.009);1,(4233251.521-4233954.65),(602757.709-603281.393),(314668.776-
314726.009)];
```

Her uzunluk ölçüsünün standart sapması cm biriminde kullanılarak eğik mesafe ölçülerinin kısmi redundans sayıları 'rmesafe' vektörüne dönüştürülmüştür. Ağdaki tüm ölçüler kendi sınıfları içerisinde kısmi redundans sayılarına ayrılmıştır. Sırasıyla mesafe, doğrultular ve düşey açı ölçülerinin iç güvenilirlikleri kendi sınıflarında 'icguvenmesafe' gibi her ölçü için hesaplanmıştır. Burada 'r' vektörünün ölçü sınıfına göre sıralaması A katsayılar matrisinin sıralaması ile aynı olmalıdır. Yani hangi ölçü için hesaplanacaksa o ölçüye karşılık gelen kısmi redundans sayısı kullanılmalıdır. İç güvenilirlik vektörü aşağıdaki kodlar kullanılarak hesaplanmıştır.

```
sigmamesafe=[0.73;1.11;0.73;0.76;1.11;0.69;0.76;0.69];
rmesafe=r(11:1:18,1);
for i=1:8
```

```
icguvenmesafe(i,1)=sigmamesafe(i,1)*4.135/sqrt(rmesafe(i,1));
end
```

Ek A.2. Dış güvenilirlik vektörlerinin hesaplanması

Dış güvenilirlik ölçütleri iç güvenilirlik gibi her ölçü sınıfında kendi türünde olan ölçüler kullanılarak hesaplanacaktır. Dış güvenilirlik ölçütü her noktada ölçü sınıfındaki tüm ölçüler için hesaplanır. Örneğin 1. noktada 1. eğik uzunluk ölçüsü için o ölçünün iç güvenilirlik ölçütü kullanılmalıdır. Dış güvenilirlik ölçütünü hesaplanmasında 'DLd1_1' vektörünün boyutu 'P' ağırlık matrisinin boyutu ile aynı olmalıdır. Her noktada tüm eğik uzunluk ölçüleri için hesaplanan [6 x 1]'lik dış güvenilirlik matrisi 1. noktada 1. eğik uzunluk ölçüsü için ilk üç satırı 1. noktayı, son üç satırı ise 2. noktanın dış güvenilirlik ölçütünü simgeler. Tüm ölçülere ait dış güvenilirlik değerleri Tablo A.1'de verilmiştir.

1. NOKTADA 1. Ölçü D_{1,2} (11. satır) YAPILAN hesaplamalar;

1. Nokta i=1 j=2,4;

DLd1_1=zeros(26,1);

DLd1_1(11,1)=icguvenmesafe(1,1);

Dxd1_1=pinv(A'*P*A)*A'*P*DLd1_1;

Tablo A.1. 1. noktada doğrultu, mesafe ve düşey açı ölçülerinin dış güvenilirlik değerleri.

ÖLÇÜ NO	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Doğrultu	0.0406	-0.0406	0.2475	0.2949	-0.5068	-0.4011		-0.2242	-0.9234
	0.7087	-0.7087	1.3191	-1.3404	0.2601	1.4618		0.4770	2.2561
	0.0414	-0.0414	0.0119	-0.0219	0.0123	-0.0428		0.0082	0.0042
	-0.3132	0.3132	0.0466	0.5531	-0.6013	-0.3356		-0.4401	-1.3304
	-0.0845	0.0845	-0.3726	-0.2441	0.5595	0.5354		0.4162	1.2219
	0.0421	-0.0421	0.0384	-0.0307	-0.0008	-0.0265		-0.0037	-0.0027
Mesafe	1.1278	1.0944	1.1278	0.6640	1.0944		0.6640		
	-0.7593	0.5574	-0.7593	1.0571	0.5574		1.0571		
	-0.0670	-0.0401	-0.0670	0.2325	-0.0401		0.2325		
	-0.3271	0.5298	-0.3271	0.9711	0.5298		0.9711		
	-0.1083	0.3605	-0.1083	1.1217	0.3605		1.1217		
	0.0612	-0.0935	0.0612	0.2927	-0.0935		0.2927		
Düşey Açı	0.919	-0.0196	-0.0920	-0.1441	0.0196		0.1441		
	-0.0471	-0.0484	0.0471	-0.2051	0.0484		0.2051		
	2.2818	1.5577	-2.2819	2.4917	-1.5577		-2.4917		
	-0.0141	-0.0405	0.0142	-0.1907	0.0405		0.1907		
	0.0069	-0.0419	-0.0069	-0.2197	0.0419		0.2197		
	-0.4089	0.8625	0.4089	2.8513	-0.8625		-2.8513		

Ek A.3. 3-B yersel jeodezik ağda gerilme matrisinin kestirimi

Jeodezik ağdaki her ölçü için gerilme matrisi hesaplanarak gerilme alanları belirlenir. Gerilme matrisi bileşenleri u, v ve w matrisleri ile K matrisi kullanılarak [3 x 3]'lük gerilme alanı matrisi hesaplanır. Bu işlem ağdaki her noktada tüm ölçüler için hesaplanır.

$$K = [(t+1) \times 4] \quad (A.1.1)$$

Burada 't' elemanı ilgili noktanın ölçü ile bağlı olduğu nokta sayısıdır. Örneğin bu tezde kullanılan ağda 1. nokta 2. ve 4. noktalara eğik uzunluk ölçüsü ile bağlandığı için t: 2 alınmıştır. Ayrıca 2. nokta 1., 3. ve 4. noktaya bağlantılı olduğu için t: 3 alınmıştır. K matrisi ilk kod satırlarında görüldüğü üzere ilgili noktanın ilk sütunu 1 değerinde olup diğer satır ve sütunları, satır sırasıyla X, Y ve Z koordinat farklarını içerir.

Bu tezde ağdaki 2 nokta (3, 4) koordinatı bilinen noktalar olduğu için bu noktalar üzerinde robustluk analizi yapılmamaktadır. Ayrıca u, v ve w matrislerinde dış güvenilirlik satır elemanları olmadığı için doğrudan sıfır değerini alırlar. Aşağıdaki kod satırlarında sırasıyla Dxd1_1(1,1) elemanı 1. noktada 1. eğik uzunluk ölçüsünü birinci noktadaki u bileşenini, Dxd1_1(4,1) elemanı 1. noktada 1. eğik uzunluk ölçüsünün ikinci noktadaki u bileşenini, sıfır ise 1. noktada 1. eğik uzunluk ölçüsünün dördüncü noktadaki u bileşenini için hesaplanmış değerini ifade etmektedir. Burada kullanılan K matrisinin satırlardaki koordinat farkı sırasıyla u, v ve w matrisleri aynı sırada olmalıdır. Bu tezde sıralamalar hep artan numara sayısı şeklinde gitmiştir. Örneğin 2. noktada K matrisi satır sıralaması 2, 1, 3 ve 4 olarak yapılmıştır. Bu sıralama u, v ve w matrislerinin hesabında aynı şekilde kullanılmıştır ve kod satırları aşağıdaki gibidir.

```
Umatrisi1_1=[Dxd1_1(1,1);Dxd1_1(4,1);0];
Eumatri1_1=pinv(K1'*K1)*K1'*Umatrisi1_1;
Vmatrisi1_1=[Dxd1_1(2,1);Dxd1_1(5,1);0];
Evmatri1_1=pinv(K1'*K1)*K1'*Vmatrisi1_1;
Wmatrisi1_1=[Dxd1_1(3,1);Dxd1_1(6,1);0];
Ewmatri1_1=pinv(K1'*K1)*K1'*Wmatrisi1_1;
Euvw1_1=[Eumatri1_1(2:1:4,1);Evmatri1_1(2:1:4,1);Ewmatri1_1(2:1:4,1)];
```

Ek A.4. Robustluk ölçütleri

Ağdaki her ölçü için robustluk ölçütleri hesaplanmıştır. Bu ölçütler simetrik ve asimetrik iki matristen türetilmiştir. Bu matrisler her ölçünün gerilme matrisini

tanımlanmaktadır. Gerilme matrisleri kullanılarak her ölçünün robustluğu aşağıdaki kod satırları ile hesaplanmıştır.

- **Dilatasyon (Ortalama gerilme):** Bir alandaki büyümeyi ve küçülmeyi ifade eder.
- **Saf Kesme (xy):** Deformasyonlu bir kareyi dikdörtgen'e dönüştürür.
- **Saf Kesme (xz):** Deformasyonlu bir kareyi dikdörtgen'e dönüştürür.
- **Saf Kesme (yz):** Deformasyonlu bir kareyi dikdörtgen'e dönüştürür.
- **Basit Kesme (xy):** Bir dörtgenin eşkenar bir dörtgene dönüşmesidir.
- **Basit Kesme (xz):** Bir dörtgenin eşkenar bir dörtgene dönüşmesidir.
- **Basit Kesme (yz):** Bir dörtgenin eşkenar bir dörtgene dönüşmesidir.
- **Diferansiyel Dönme (xy):** Bir noktadaki burulma olup dönüklükteki robustluğu verir.
- **Diferansiyel Dönme (xz):** Bir noktadaki burulma olup dönüklükteki robustluğu verir.
- **Diferansiyel Dönme (yz):** Bir noktadaki burulma olup dönüklükteki robustluğu verir.
- **Toplam Kesme (xy):** Saf kesme ve basit kesmenin geometrik normudur.
- **Toplam Kesme (xz):** Saf kesme ve basit kesmenin geometrik normudur.
- **Toplam Kesme (yz):** Saf kesme ve basit kesmenin geometrik normudur.

ppm=1000000;

Dilation1_1=1/3*(Euvw1_1(1,1)+Euvw1_1(2,2)+Euvw1_1(3,3))*ppm;

Pureshearxy1_1=1/2*(Euvw1_1(1,1)-Euvw1_1(2,2))*ppm;

Pureshearxz1_1=1/2*(Euvw1_1(1,1)-Euvw1_1(3,3))*ppm;

Pureshearyz1_1=1/2*(Euvw1_1(2,2)-Euvw1_1(3,3))*ppm;

simpleshearxy1_1=1/2*(Euvw1_1(1,2)+Euvw1_1(2,1))*ppm;

simpleshearxz1_1=1/2*(Euvw1_1(1,3)+Euvw1_1(3,1))*ppm;

simpleshearyz1_1=1/2*(Euvw1_1(2,3)+Euvw1_1(3,2))*ppm;

differentialrotationxy1_1=1/2*(Euvw1_1(1,2)-Euvw1_1(2,1))*ppm;

differentialrotationxz1_1=1/2*(Euvw1_1(1,3)-Euvw1_1(3,1))*ppm;

differentialrotationyz1_1=1/2*(Euvw1_1(2,3)-Euvw1_1(3,2))*ppm;

totalshearxy1_1=sqrt(Pureshearxy1_1^2+simpleshearxy1_1^2);

totalshearxz1_1=sqrt(Pureshearxz1_1^2+simpleshearxz1_1^2);

totalshearyz1_1=sqrt(Pureshearyz1_1^2+simpleshearyz1_1^2);

%1. NOKTA 11. ölçü İÇİN ROBUSTNESS'LAR

ROBUSTNESS1_1=[Dilation1_1;Pureshearxy1_1;Pureshearxz1_1;Pureshearyz1_1;
simpleshearxy1_1;simpleshearxz1_1;simpleshearyz1_1;differentialrotationxy1_1;dif
ferentialrotationxz1_1;differentialrotationyz1_1;totalshearxy1_1;totalshearxz1_1;total
shearyz1_1]

Robustluk ölçütlerinin mutlak değerce maksimum değerleri aşağıdaki kod satırları ile hesaplanmıştır.

%%Robustlar1_mesafe matrisinin 1. satırı 1. noktadaki 1. ölçüyü, 2. satırı 1. noktadaki 2. ölçüyü verir.

```

ROBUSTLAR1_mesafe=[ROBUSTNESS1_1';ROBUSTNESS1_2';ROBUSTNESS
1_3';ROBUSTNESS1_4';ROBUSTNESS1_5';ROBUSTNESS1_7'];
ROBUSTLAR1_dorultu=[ROBUSTNESSdog1_1';ROBUSTNESSdog1_2';ROBUS
TNESSdog1_3';ROBUSTNESSdog1_4';ROBUSTNESSdog1_5';ROBUSTNESSdog
1_6';ROBUSTNESSdog1_8';ROBUSTNESSdog1_9'];
ROBUSTLAR1_duseyaci=[ROBUSTNESSduseyaci1_1';
ROBUSTNESSduseyaci1_2';
ROBUSTNESSduseyaci1_4';
ROBUSTNESSduseyaci1_7'];
ROBUSTLAR2_mesafe=[ROBUSTNESS2_1';ROBUSTNESS2_2';ROBUSTNESS
2_3';ROBUSTNESS2_4';ROBUSTNESS2_5';ROBUSTNESS2_7'];
ROBUSTLAR2_dorultu=[ROBUSTNESSdog2_1';ROBUSTNESSdog2_2';ROBUS
TNESSdog2_3';ROBUSTNESSdog2_4';ROBUSTNESSdog2_5';ROBUSTNESSdog
2_6';ROBUSTNESSdog2_8';ROBUSTNESSdog2_9'];
ROBUSTLAR2_duseyaci=[ROBUSTNESSduseyaci2_1';ROBUSTNESSduseyaci2_
2';ROBUSTNESSduseyaci2_3';ROBUSTNESSduseyaci2_4';ROBUSTNESSduseya
ci2_5';ROBUSTNESSduseyaci2_7'];
ROBUSTLAR3_mesafe=[ROBUSTNESS3_1';ROBUSTNESS3_2';ROBUSTNESS
3_3';ROBUSTNESS3_4';ROBUSTNESS3_5';ROBUSTNESS3_7'];
ROBUSTLAR3_dorultu=[ROBUSTNESSdog3_1';ROBUSTNESSdog3_2';ROBUS
TNESSdog3_3';ROBUSTNESSdog3_4';ROBUSTNESSdog3_5';ROBUSTNESSdog
3_6';ROBUSTNESSdog3_8';ROBUSTNESSdog3_9'];
ROBUSTLAR3_duseyaci=[ROBUSTNESSduseyaci3_1';ROBUSTNESSduseyaci3_
2';ROBUSTNESSduseyaci3_3';ROBUSTNESSduseyaci3_4';ROBUSTNESSduseya
ci3_5';ROBUSTNESSduseyaci3_7'];
ROBUSTLAR4_mesafe=[ROBUSTNESS4_1';ROBUSTNESS4_2';ROBUSTNESS
4_3';ROBUSTNESS4_4';ROBUSTNESS4_5';ROBUSTNESS4_7'];
ROBUSTLAR4_dorultu=[ROBUSTNESSdog4_1';ROBUSTNESSdog4_2';ROBUS
TNESSdog4_3';ROBUSTNESSdog4_4';ROBUSTNESSdog4_5';ROBUSTNESSdog
4_6';ROBUSTNESSdog4_8';ROBUSTNESSdog4_9'];
ROBUSTLAR4_duseyaci=[ROBUSTNESSduseyaci4_1';ROBUSTNESSduseyaci4_
2';ROBUSTNESSduseyaci4_3';ROBUSTNESSduseyaci4_4';ROBUSTNESSduseya
ci4_5';ROBUSTNESSduseyaci4_7'];
%%Roblarbir matrisinin satırlarındaki değerler sırası ile mesafe, doğrultu ve düşey açı
ölçülerinin, sırasıyla robustluk parametrelerini içerir.
%%Robabsbir matrisi Roblarbir matrisinin mutlak değerleridir.
%%Robmaxbir matrisi Robabsbir matrisinin sütun değerlerinin maximum değerini
verir. O 1. noktadaki tüm ölçülerin sonucu oluşan robustluk parametrelerinin max.
değerini verir (1.sütun, 1. robustluk parametresi gibi).
%%Ölçüden kaynaklanan deformasyonu belirlemek için Robmaxbir matris
elemanlarının en büyük olan değeri ve sütun sıralamasına görede hangi parametreden
geldiği anlaşılır.
Roblarbir=[ROBUSTLAR1_mesafe;ROBUSTLAR1_dorultu;ROBUSTLAR1_dusey
aci];
ROBabsbir=abs(Roblarbir);

```

```

ROBmaxbir=max(ROBabsbir)
Roblariki=[ROBUSTLAR2_mesafe;ROBUSTLAR2_dorultu;ROBUSTLAR2_dusey
aci];
ROBabsiki=abs(Roblariki);
ROBmaxiki=max(ROBabsiki)
Roblaruc=[ROBUSTLAR3_mesafe;ROBUSTLAR3_dorultu;ROBUSTLAR3_dusey
aci];
ROBabsuc=abs(Roblaruc);
ROBmaxuc=max(ROBabsuc)
Roblardort=[ROBUSTLAR4_mesafe;ROBUSTLAR4_dorultu;ROBUSTLAR4_duse
yaci];
ROBabsdort=abs(Roblardort);
ROBmaxdort=max(ROBabsdort)
%%Robustluk ölçütlerinin maksimum değerlerinin hesaplaması bitti.

```

Ek A.5. Üç boyutlu ağlar için başlangıç koşullarının belirlenmesi ve ötelemelerin hesaplanması

Nokta başlangıç koşulları deformasyona uğramadan önceki konumlarını tahmin etmek için hesaplanır. Başlangıç koşulları tüm noktaların öteleme normlarının minimum yapılması ile elde edilmiştir. Nokta normlarının minimum yapılmasında kullanılan gerilme matrisleri her ölçü için ele alınır. Bu kısımda gerilme alanından artık öteleme alanına geçiş yapılmaktadır. Her ölçünün tüm noktalara ait gerilme matrisleri kullanılır. Yani 1. eğik uzunluk ölçüsünün tüm noktalardaki gerilme matrisleri hesaba katılmıştır. Tüm ölçüler için başlangıç koşulları belirlenmiştir. Başlangıç koşulları dengelenmiş nokta koordinatlarından her ölçü için çıkarılarak koordinat farkları elde edilmiştir. Ötelemeler her ölçü için 1. ve 2. Noktada hesaplanmıştır. Hesaplanan bu değerlerin mutlak değerce en büyük olanı o nokta için belirlenemeyen kaba hatalar tarafından sebep olunan öteleme miktarını ifade etmektedir. Nokta ötelemesi cm biriminde hesaplanarak hangi ölçüden kaynaklandığı tespit edilmiştir. Öteleme miktarı güven elipsoit değeri ile karşılaştırılarak nokta robustluğu hakkında karar verilmiştir.

```

% Mesafe Ölçüleri için Başlangıç Değerleri
X1=4234398.905;, Y1=603149.455;, Z1=314700.795;
X2=4233954.650;, Y2=603281.393;, Z2=314726.009;
X3=4233609.707;, Y3=602898.394;, Z3=313661.024;
X4=4233251.521;, Y4=602757.709;, Z4=314668.776;
Xkoor=[X1;X2;X3;X4];, Ykoor=[Y1;Y2;Y3;Y4];, Zkoor=[Z1;Z2;Z3;Z4];
% 1. Mesafe Ölçüsünün Ötelemesi
%k no1ta numarası _? ölçü numarası
% E1mesafe 1. ölçünün E matrisleri

```

```

for k=1:4
    E1mesafe=[Euvw1_1, Euvw2_1, Euvw3_1, Euvw4_1];
    a1(k,1)=(E1mesafe(1,3*k-2))^2+(E1mesafe(2,3*k-2)^2)+(E1mesafe(3,3*k-2)^2);
    b1(k,1)=(E1mesafe(1,3*k-2)*E1mesafe(1,3*k-1)+E1mesafe(2,3*k-
2)*E1mesafe(2,3*k-1)+E1mesafe(3,3*k-2)*E1mesafe(3,3*k-1));
    c1(k,1)=(E1mesafe(1,3*k-2)*E1mesafe(1,3*k)+E1mesafe(2,3*k-
2)*E1mesafe(2,3*k)+E1mesafe(3,3*k-2)*E1mesafe(3,3*k));
    d1(k,1)=(a1(k,1)*Xkoor(k,1)+b1(k,1)*Ykoor(k,1)+c1(k,1)*Zkoor(k,1));
    a2(k,1)=(E1mesafe(1,3*k-2)*E1mesafe(1,3*k-1)+E1mesafe(2,3*k-
2)*E1mesafe(2,3*k-1)+E1mesafe(3,3*k-2)*E1mesafe(3,3*k-1));
    b2(k,1)=(E1mesafe(1,3*k-1))^2+(E1mesafe(2,3*k-1)^2)+(E1mesafe(3,3*k-1)^2);
    c2(k,1)=(E1mesafe(1,3*k-1)*E1mesafe(1,3*k)+E1mesafe(2,3*k-
1)*E1mesafe(2,3*k)+E1mesafe(3,3*k-1)*E1mesafe(3,3*k));
    d2(k,1)=(a2(k,1)*Xkoor(k,1)+b2(k,1)*Ykoor(k,1)+c2(k,1)*Zkoor(k,1))
    a3(k,1)=(E1mesafe(1,3*k-2)*E1mesafe(1,3*k)+E1mesafe(2,3*k-
2)*E1mesafe(2,3*k)+E1mesafe(3,3*k-2)*E1mesafe(3,3*k));
    b3(k,1)=(E1mesafe(1,3*k-1)*E1mesafe(1,3*k)+E1mesafe(2,3*k-
1)*E1mesafe(2,3*k)+E1mesafe(3,3*k-1)*E1mesafe(3,3*k));
    c3(k,1)=(E1mesafe(1,3*k))^2+(E1mesafe(2,3*k)^2)+(E1mesafe(3,3*k)^2);
    d3(k,1)=(a3(k,1)*Xkoor(k,1)+b3(k,1)*Ykoor(k,1)+c3(k,1)*Zkoor(k,1));
end
%XYZ1 Ötelemesi hesaplanacak ölçünün başlangıç değeri
%e1mesafe ilgili noktada 1 ölçünün E matrisi
%uvw1 noktadaki 1. ölçünün öteleme matrisi
koor1=[X1;Y1;Z1];, koor2=[X2;Y2;Z2];, koor3=[X3;Y3;Z3];, koor4=[X4;Y4;Z4];
XYZ10mesafe=[sum(a1),sum(b1),sum(c1);sum(a2),sum(b2),sum(c2);sum(a3),sum(b
3),sum(c3)]*[sum(d1);sum(d2);sum(d3)];
for l=1:4
    koorfark=[(Xkoor(l,1)-XYZ10mesafe(1,1));(Ykoor(l,1)-
XYZ10mesafe(2,1));(Zkoor(l,1)-XYZ10mesafe(3,1))];
    e1mesafe((1:1:3),(3*1-2):1:(3*1))=E1mesafe(1:1:3,(3*1-2):1:(3*1));
    uvw1mesafe(1:1:3,1)=e1mesafe((1:1:3),(3*1-2):1:(3*1))*koorfark;
    otelemE1mesafe(1,1)=sqrt(uvw1mesafe(1,1)^2+uvw1mesafe(2,1)^2+uvw1mesafe(3,1)
^2);
end
%%--- Ötelemelerin maksimumlarının hesaplamasında 20 satır ölçüleri, 2 sütun 1. ve
2. noktadır. Ölçülerin sıralaması mesafe,
%---doğrultu ve düşey açılarıdır.
%-- Tüm ölçülerin noktalarındaki öteleme matrisi.
Otelemelermatrisi=[otelemE1mesafe';otelemE2mesafe';otelemE3mesafe';otelemE4m
esafe';otelemE5mesafe';otelemE7mesafe'
otelemE1dogrultu';otelemE2dogrultu';otelemE3dogrultu';otelemE4dogrultu';otelemE
5dogrultu';otelemE6dogrultu';otelemE8dogrultu';otelemE9dogrultu'
otelemE1duseyaci';otelemE2duseyaci';otelemE3duseyaci';otelemE4duseyaci';otelem
E5duseyaci';otelemE7duseyaci']

```

```
Otelemeler=Otelemelermatrisi(:,1:1:2)
%%Ötelemelerin maximum değerinin hangi ölçüden kaynaklandığına bakınız!!
Otelememax=max(Otelemeler)
```

ÖZGEÇMİŞ

Doğum tarihi: 23.05.1996

Doğum yeri: Bayburt

Lise: 2009-2013 Şehit Sebahattin Bozo Lisesi

Lisans: 2013-2017 Karadeniz Teknik Üniversitesi Mühendislik Fak. Harita Mühendisliği Bölümü

Yüksek Lisans: 2018-2020 İzmir Katip Çelebi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
Harita Müh. Anabilim Dalı

Çalıştığı Yerler: Kasım 2019- Ocak 2020 Özel Sektör (Ormanlık bürosu),
06.01.2018- Devam ediyor; Özel Sektör (Müşavirlik).